

Analisi di Immagini e Dati Biologici

Edge Detection

Edge Detection

Le immagini *grayscale* sono composte da elementi rappresentati da un singolo valore

Differenti regioni di un'immagine grayscale possono quindi essere distinguibili se ad esse è associata una diversa luminosità apparente

– Percezione:

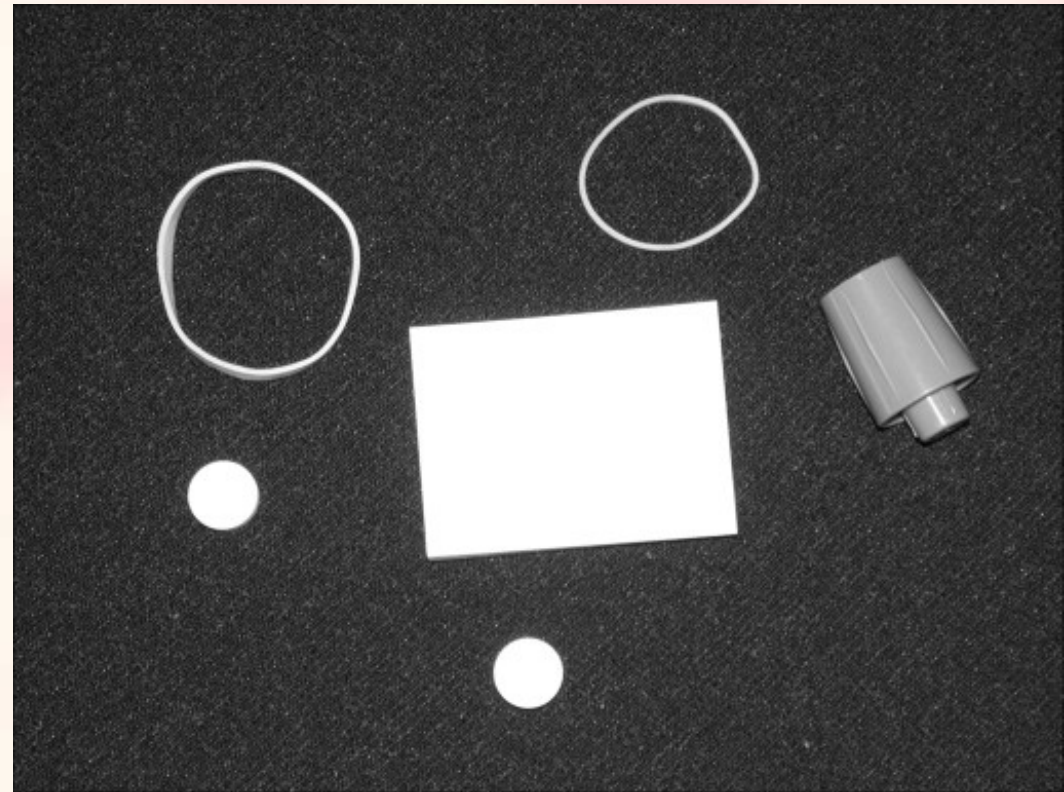
- La percezioni che abbiamo di oggetti è legata alla definizione dei loro contorni

– Estrazione di informazioni:

- La determinazione dei contorni di oggetti può costituire una fase necessaria ad estrarre informazioni essenziali legate alla forma e dimensione degli oggetti

Bordi

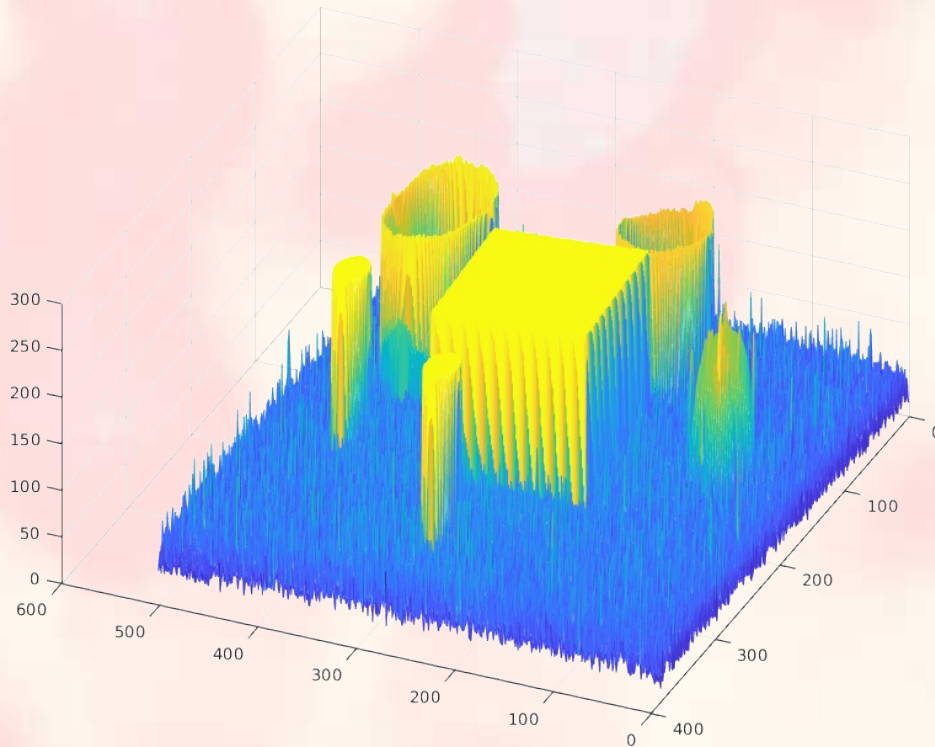
- In un'immagine *grayscale* gli oggetti sono distinguibili dallo sfondo o da altri oggetti perché hanno un'intensità luminosa differente
- La linea di confine tra le due regioni di diversa intensità luminosa determina un bordo
- Difficoltà centrale dei metodi di determinazione dei contorni di oggetti è il raggiungimento di una sufficiente accuratezza nella discriminazione tra differenze di intensità rilevanti (e quindi fiduciarie della presenza di un bordo tra oggetti) e differenze che sono generate dal rumore luminoso o da motivi ripetuti di uno sfondo



Bordi

- Il bordo di un oggetto o di una regione è determinato da due grandezze
 - La direzione lungo la quale avviene la transizione di luminosità
 - La grandezza della variazione luminosa nei punti che appartengono alla regione del bordo (la forza del bordo)

Bordi



Nell'analisi delle variazioni dell'intensità luminosa è utile rappresentare un'immagine come un grafico in 3 dimensioni:

- Le due dimensioni del piano orizzontale sono le coordinate all'interno dell'immagine
- La terza coordinata (asse verticale) rappresenta l'intensità luminosa di un pixel

Nel grafico a lato è riconoscibile l'immagine di prova delle slide precedenti

- E' importante notare le rapide variazioni di piccola entità (regioni con tonalità di blu) associate al motivo dello sfondo dell'immagine

Determinazione dei Bordi

- Distribuzione delle variazioni di luminosità
- Variazioni localmente rilevanti (corrispondono a veri bordi)
- Stima della direzione della massima variazione di luminosità
- Limitazione dell'interferenza del rumore o dei pattern di variazione incoerenti

Bordi

```
>> img(145:155,275:285)
```

```
ans =
```

```
11×11 uint8 matrix
```

```
77    68    74    59    89    62    81    66    56    76    70
68    56    64    60    64    59    92    89    61    72    69
73    55    59    53    74    76    89    66    60    47    93
65    70    81    63    69    54    80    61    73    62   108
58    63    70    78    95    75    95    87    93    73    82
83    74    75    76    86    92   100    99   104   102   126
138   149   159   177   189   208   215   229   238   244   249
253   254   254   255   255   254   254   253   254   255   255
255   255   255   255   255   255   255   255   255   255   255
255   255   255   255   255   255   255   255   255   255   255
255   255   255   255   255   255   255   255   255   255   255
```

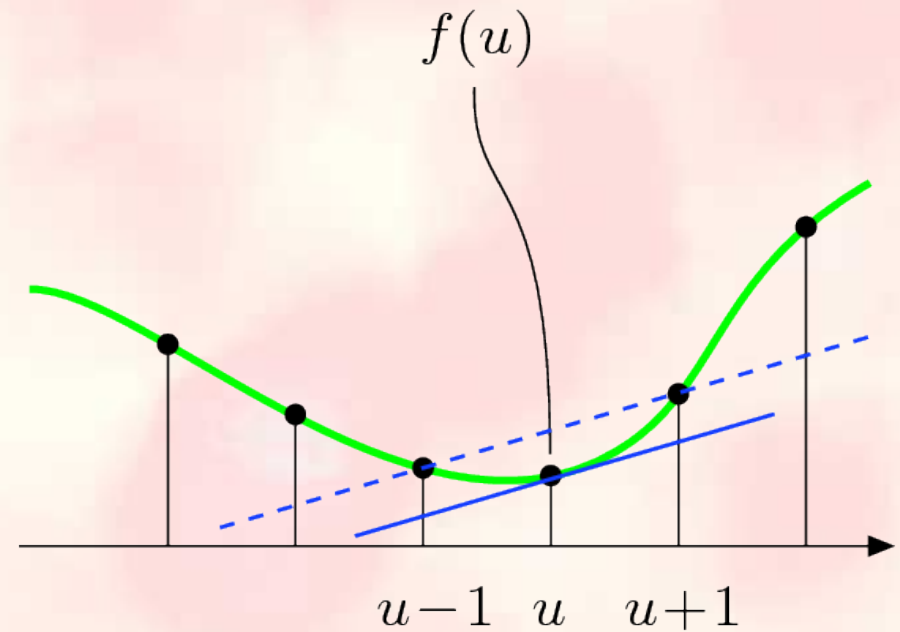
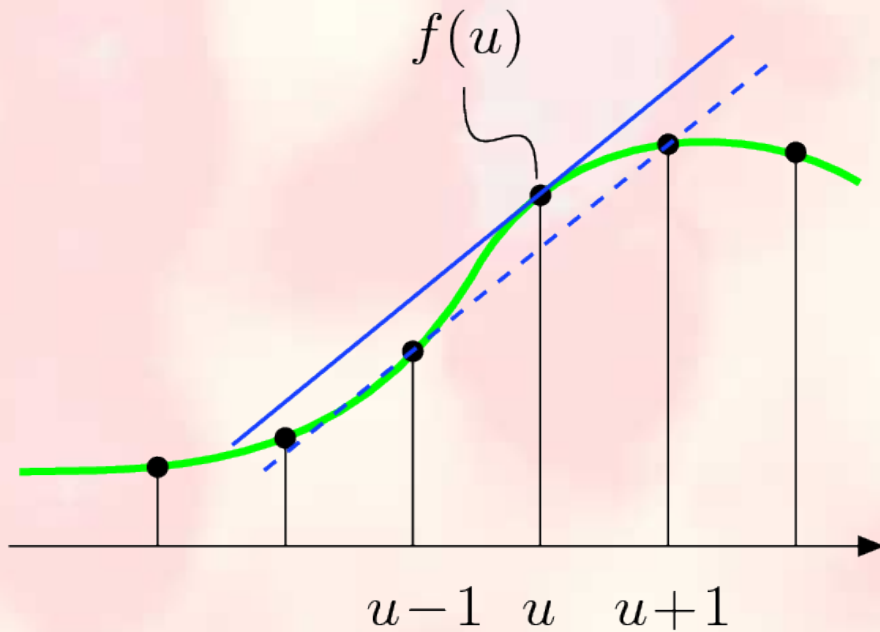


Bordi e Derivate

- Lo studio della variazione locale di una funzione porta al concetto di *derivata*
- La distribuzione dell'intensità di un immagine è discretizzata dalla matrice di pixel
 - Approssimiamo la *derivata* con una differenza centrata nel punto dove questa viene calcolata

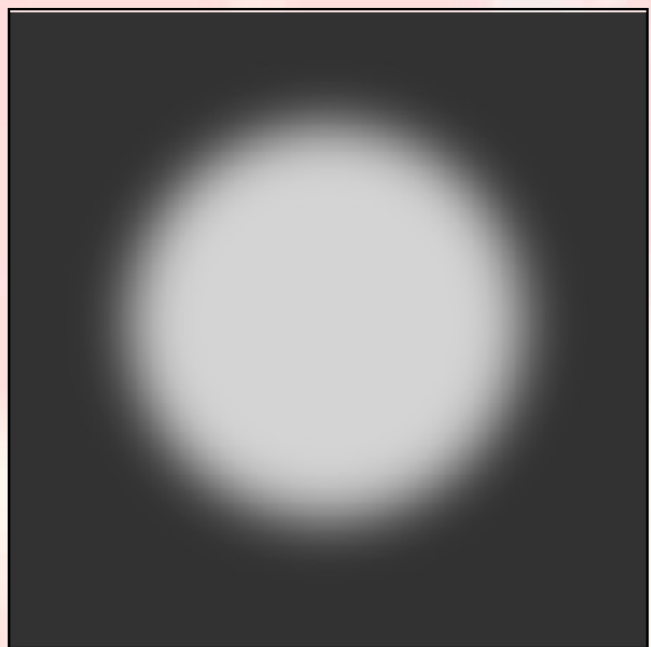
$$\frac{df}{du}(u) \approx \frac{f(u+1) - f(u-1)}{2} = 0.5 \cdot (f(u+1) - f(u-1))$$

Bordi e Derivate

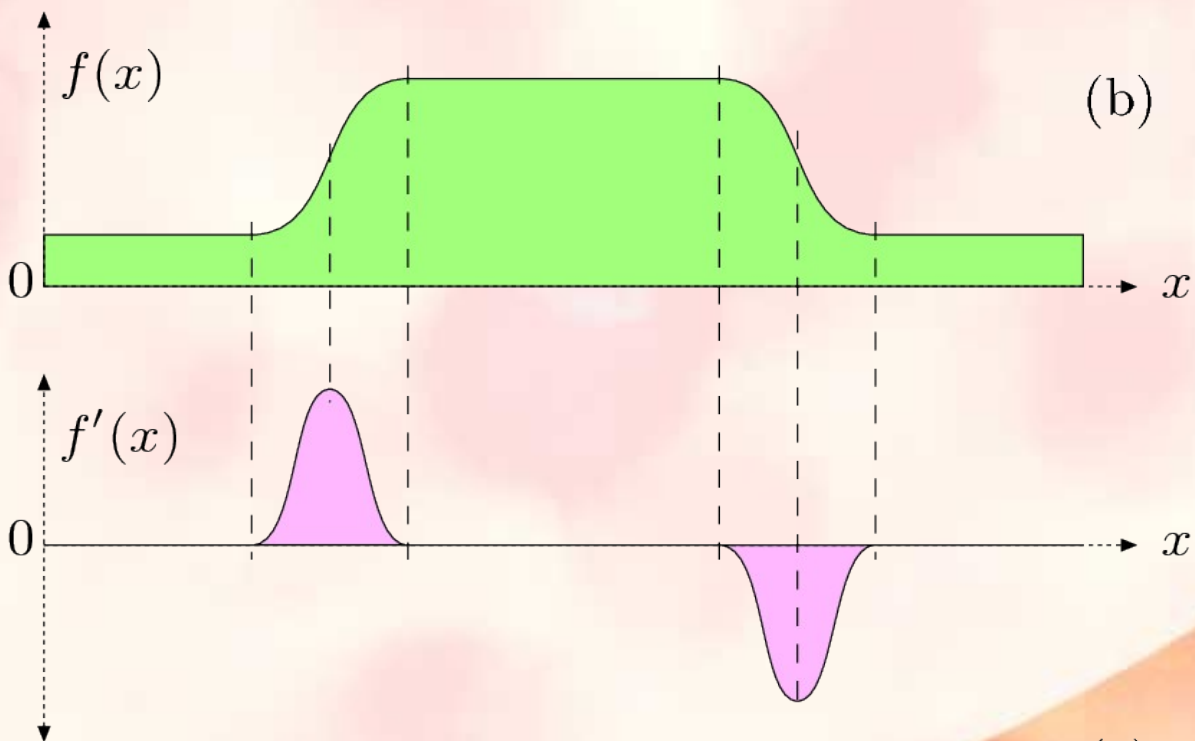


$$\frac{df}{du}(u) \approx \frac{f(u+1) - f(u-1)}{2} = 0.5 \cdot (f(u+1) - f(u-1))$$

Variazioni di luminosità



(a)



(b)

(c)

Gradiente di Luminosità

Nell'immagine precedente la funzione $f(x)$ nel riquadro (b) rappresenta il profilo di intensità luminosa lungo una direzione che interseca il disco luminoso (in una regione sufficientemente centrale) visibile nel riquadro (a)

La funzione ha due regioni di variazione

- La prima nella transizione dallo sfondo scuro verso la regione illuminata
- La seconda nella transizione dal centro chiaro allo sfondo

Le due regioni di transizione sono ben rappresentate dalla funzione $f'(x)$ visibile nel riquadro (c)

- La prima a sinistra con un andamento a valori positivi della derivata
- La seconda a destra con valori della derivata negativi
- In entrambi i casi le funzioni raggiungono in valore assoluto un massimo là dove la funzione ha la massima pendenza
- Questo potrebbe essere il punto dove collocare il bordo della regione luminosa

Gradiente di Luminosità

Il problema della determinazione dei bordi di regioni di immagini *grayscale* è quindi un problema di studio della variazione dell'intensità luminosa

Cerchiamo uno strumento in grado di stabilire la variazione di intensità in ogni pixel dell'immagine

Si cercherà di stabilire un criterio in forma semplice o algoritmica che permetta di costruire una mappa binaria (un'immagine di pixel che possono avere 2 valori) che mi indica dove sono i bordi delle regioni

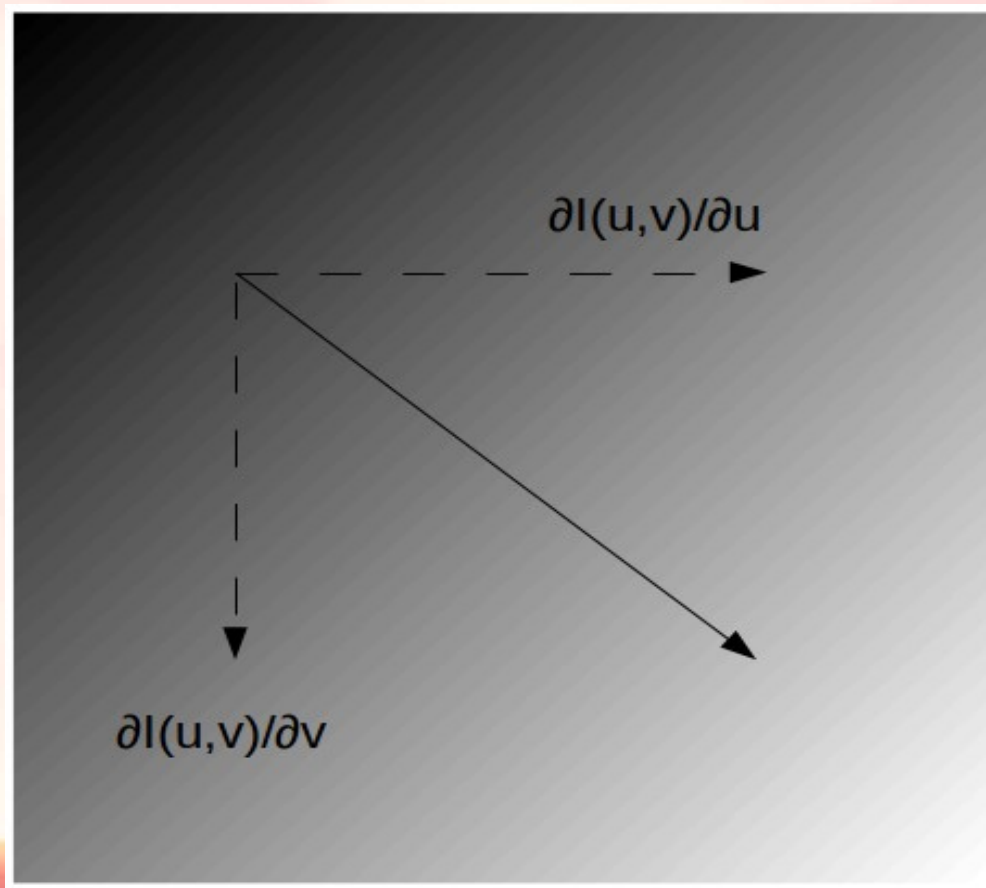
Gradiente di luminosità

- Gradiente
 - Vettore di variazione dell'intensità lungo una direzione qualsiasi
 - Le 2 componenti del vettore sono le proiezioni lungo gli assi del vettore di massima variazione di intensità luminosa

$$\nabla I(u, v) = \begin{bmatrix} \frac{\partial I}{\partial u}(u, v) \\ \frac{\partial I}{\partial v}(u, v) \end{bmatrix}$$

Gradiente di Luminosità

- Rappresenta un vettore che indica
 - la direzione di massimo cambiamento di intensità luminosa
 - Rapidità di variazione unitaria
 - Il Teorema di Pitagora permette di calcolare il modulo del vettore gradiente che è il vettore risultante della variazione di intensità lungo le direzioni degli assi



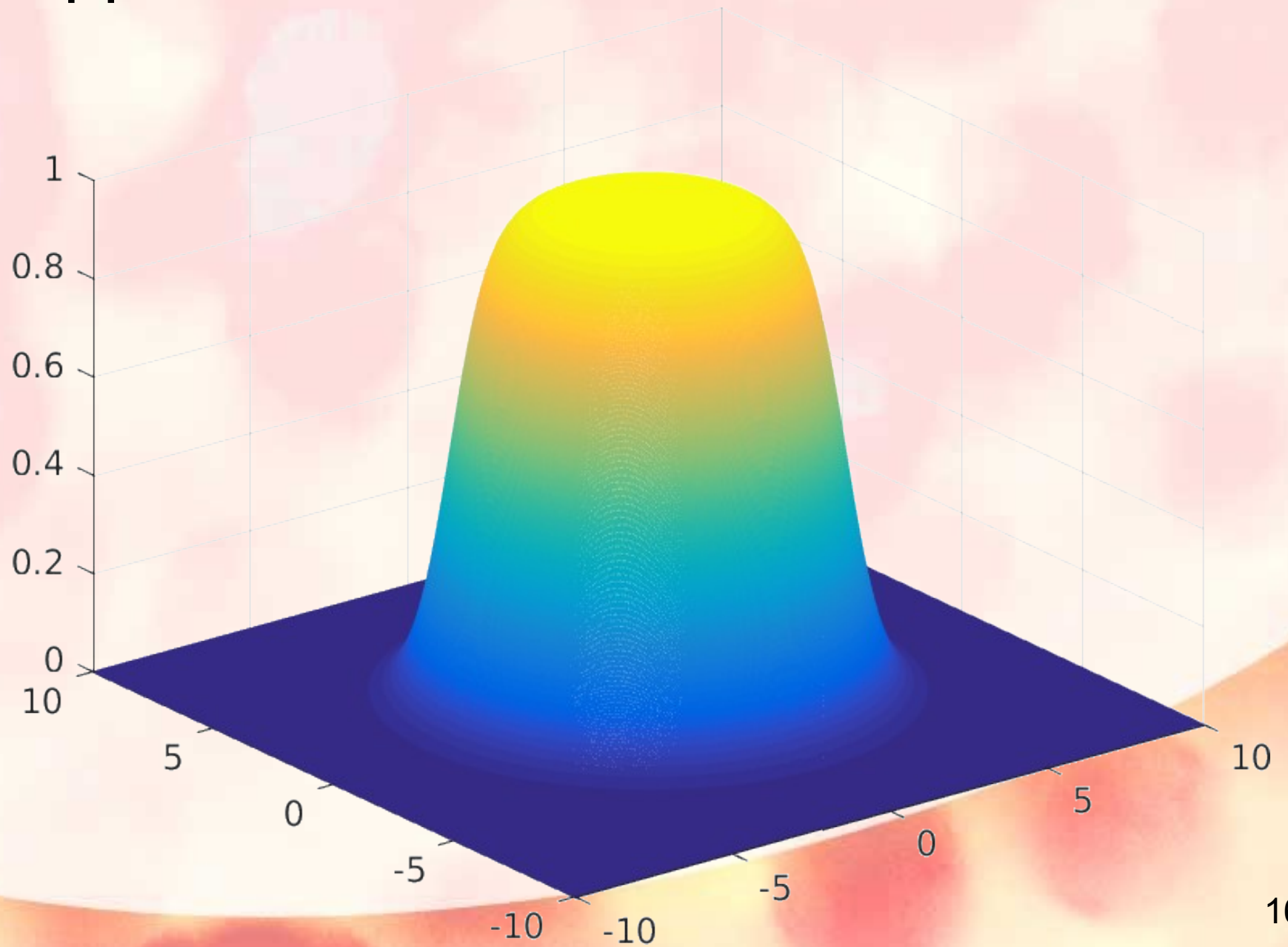
Gradiente di Luminosità

Blob luminoso

Il bordo è all'interno di una regione di transizione
Definiamo il bordo sulla base della massima pendenza



Rappresentazione 3d del blob luminoso

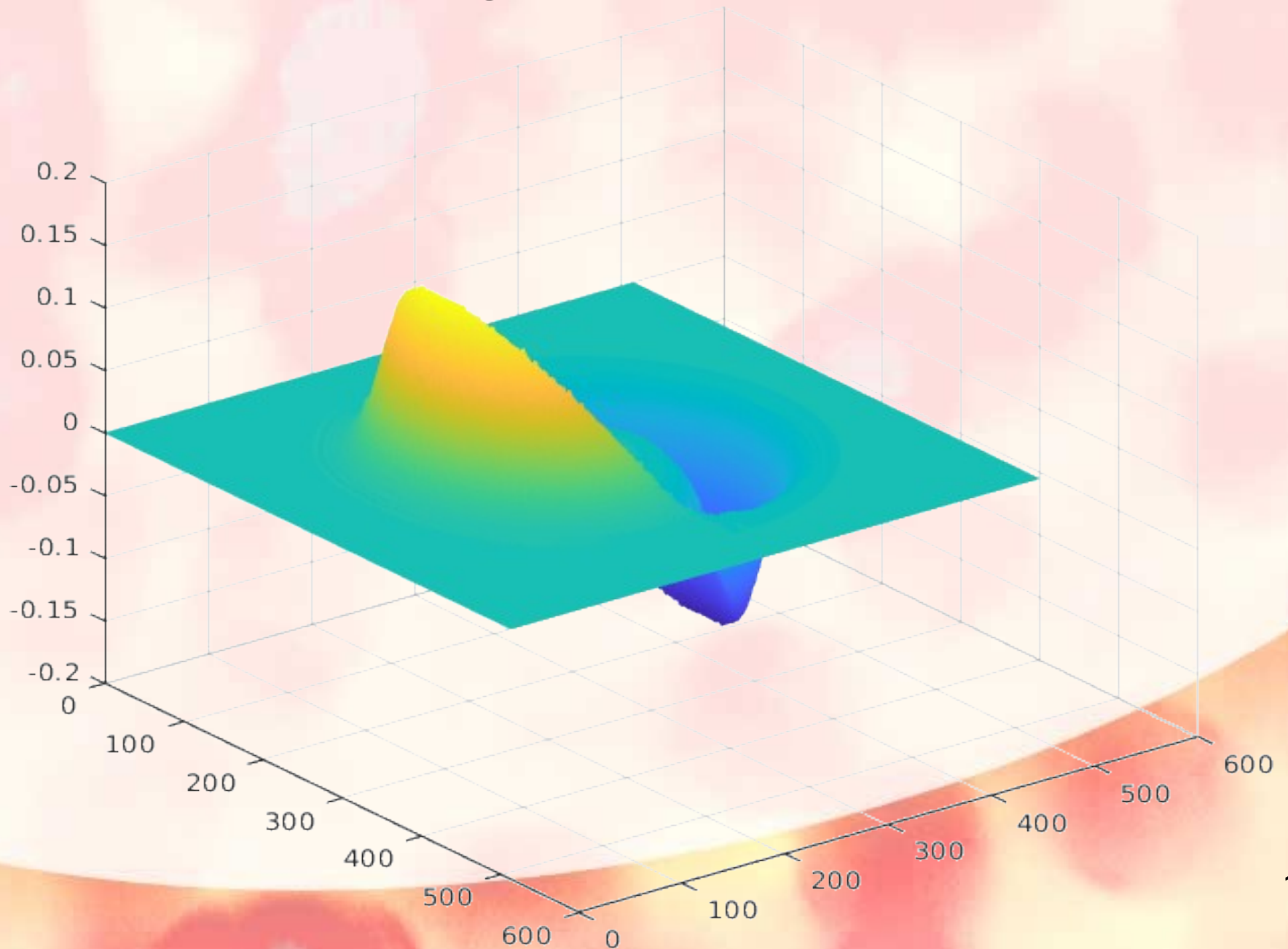


Derivazione in un'immagine

Matrici che rappresentano la derivata di un'immagine lungo una direzione non possono più essere rappresentate come immagini grayscale

- La derivata prende sia valori positivi che negativi che non sono rappresentabili come valori di intensità luminosa
- La rappresentazione più appropriata per questo tipo di analisi è quella di funzione 3D delle coordinate nell'immagine

Derivata lungo l'asse orizzontale



Derivata lungo l'asse verticale

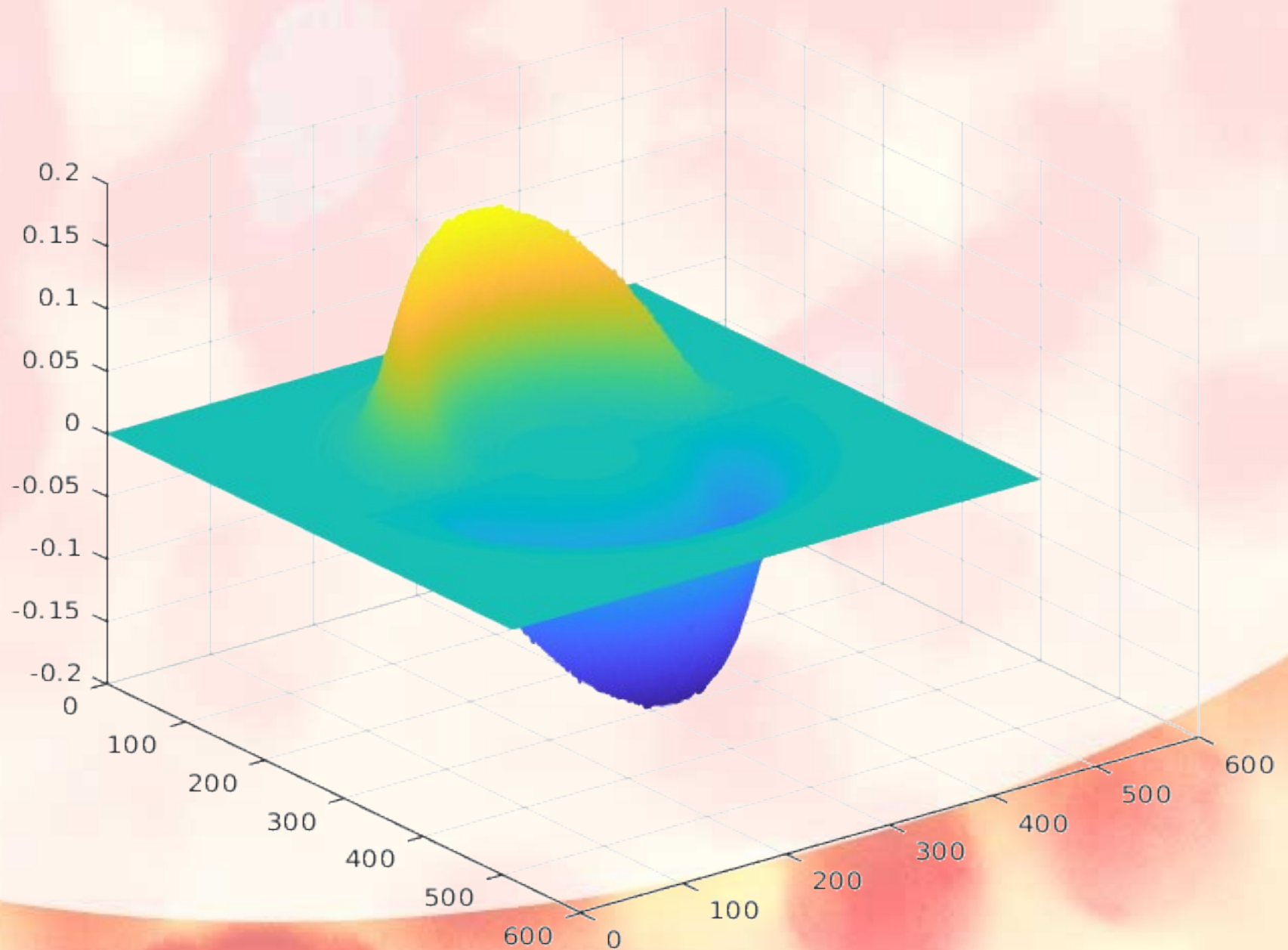
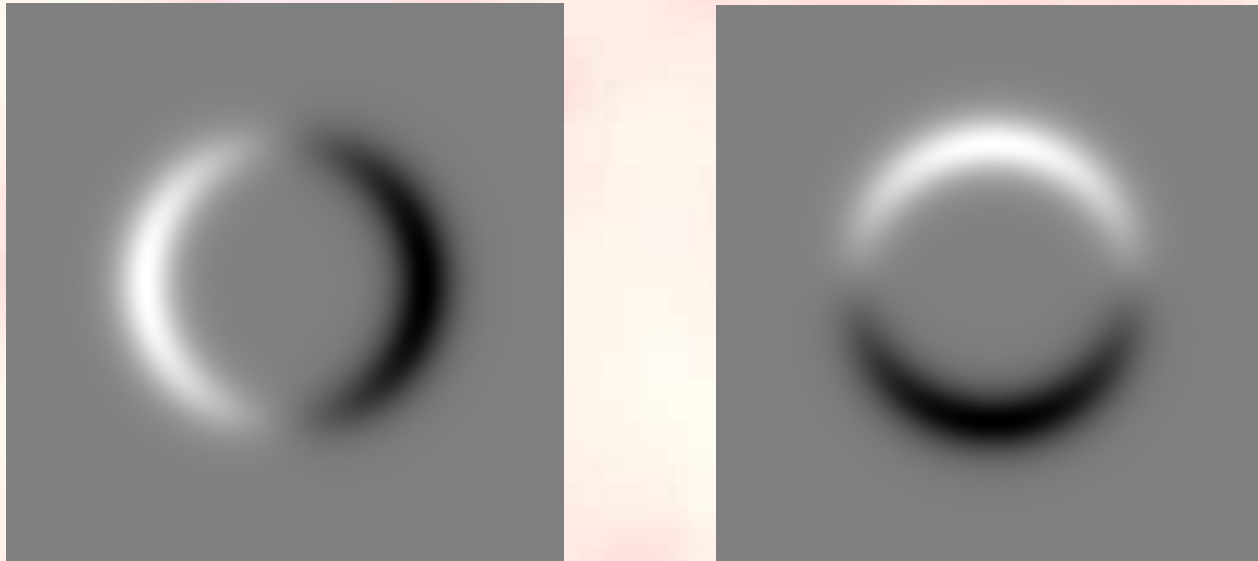


Immagine delle Derivate



Una possibile rappresentazione come immagine deve ricalcolare i valori:

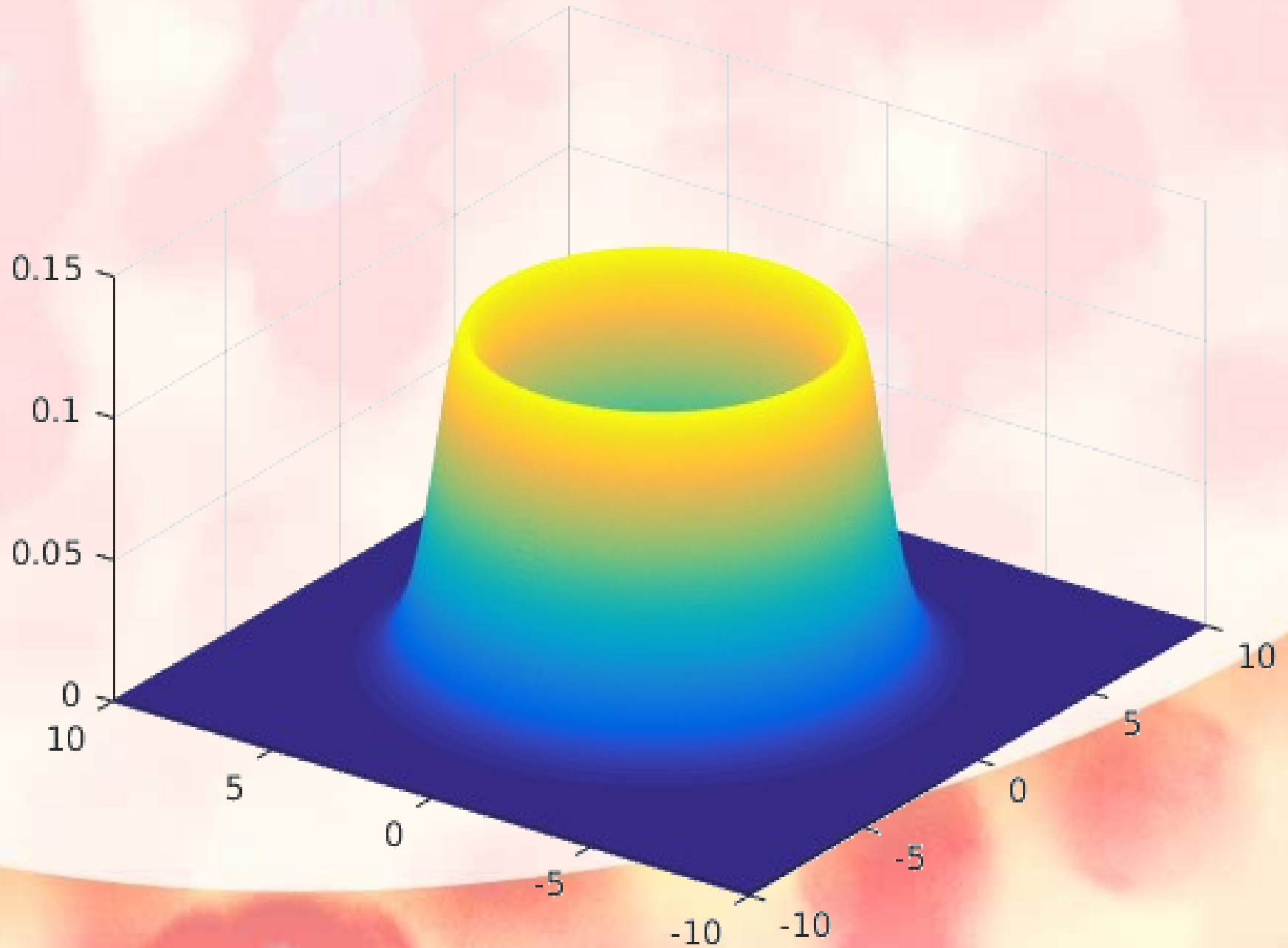
- al valore minimo dei dati si assegna il valore 0 dell'immagine
- al valore massimo dei dati si assegna il valore massimo della rappresentazione (255 per un immagine a interi 8 bit)
- Conseguenza di questa riassegnazione è che i valori nulli della derivata sono rappresentati da regioni in grigio di intensità intermedia

Gradiente di luminosità

- Il teorema di Pitagora permette di calcolare la grandezza della variazione dell'intensità luminosa

$$|\nabla I|(u, v) = \sqrt{\left(\frac{\partial I}{\partial u}(u, v)\right)^2 + \left(\frac{\partial I}{\partial v}(u, v)\right)^2}$$

Modulo del gradiente

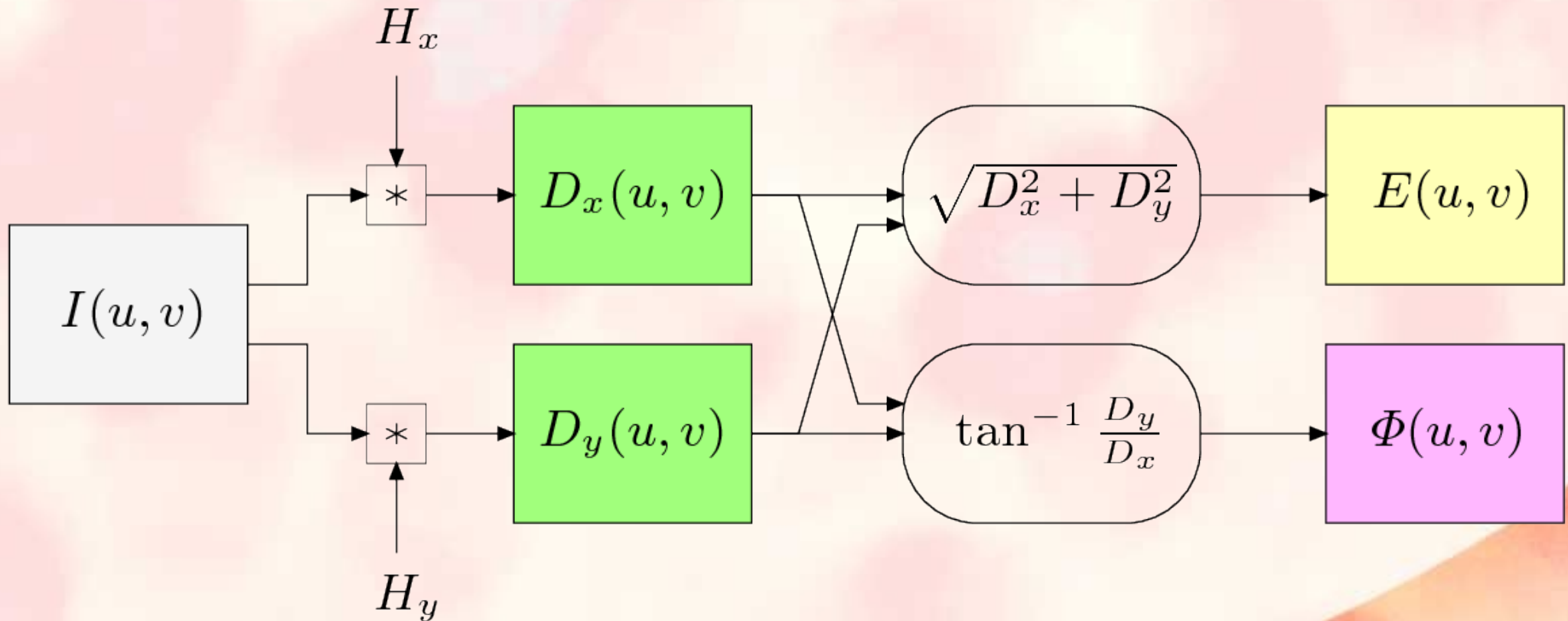


Gradiente di luminosità

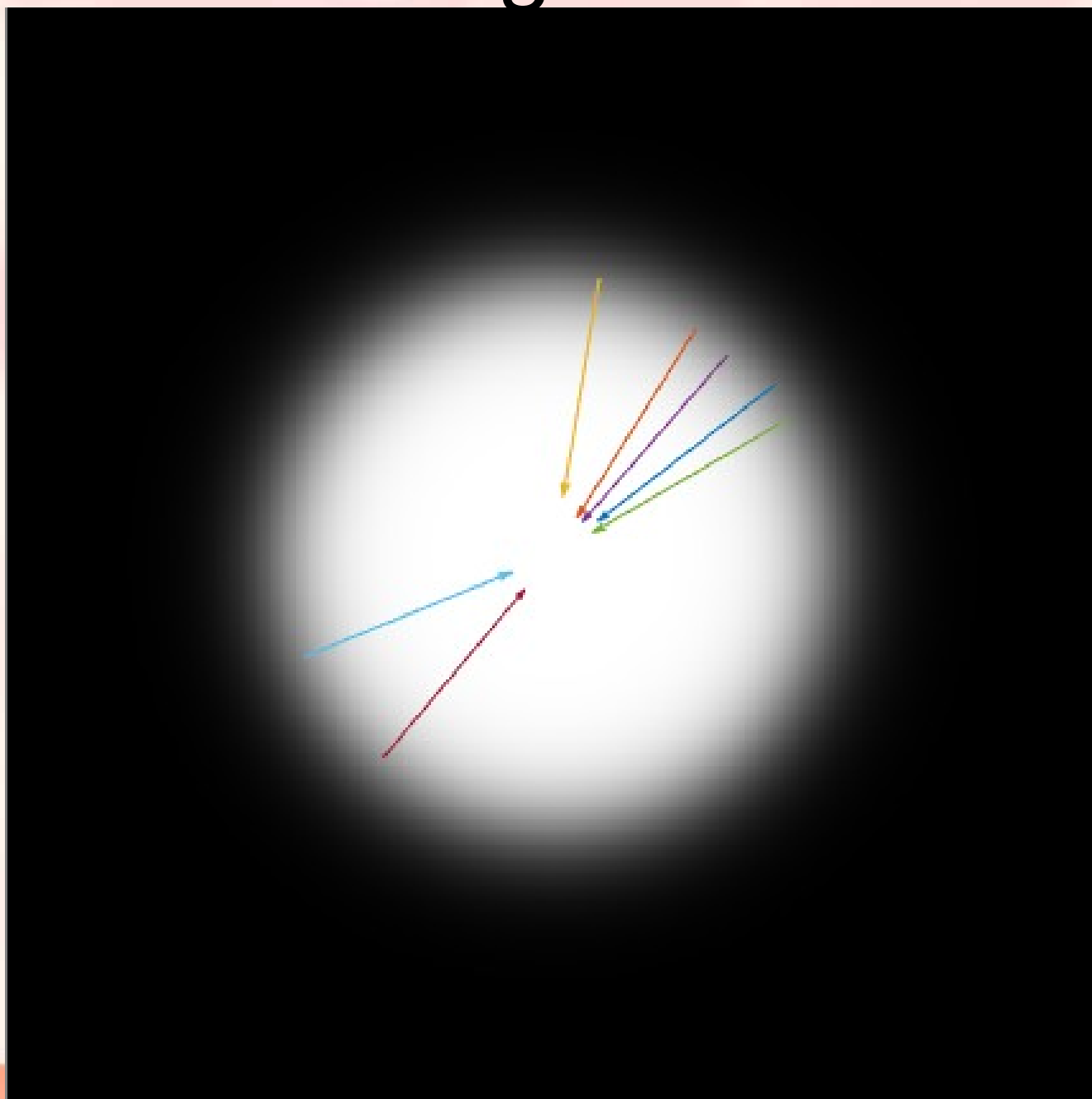
- L'orientamento è l'angolo (misurato rispetto all'asse orizzontale) della direzione di massima intensità

$$\Phi(u, v) = \tan^{-1} \left(\frac{D_y(u, v)}{D_x(u, v)} \right) = \text{ArcTan}(D_x(u, v), D_y(u, v))$$

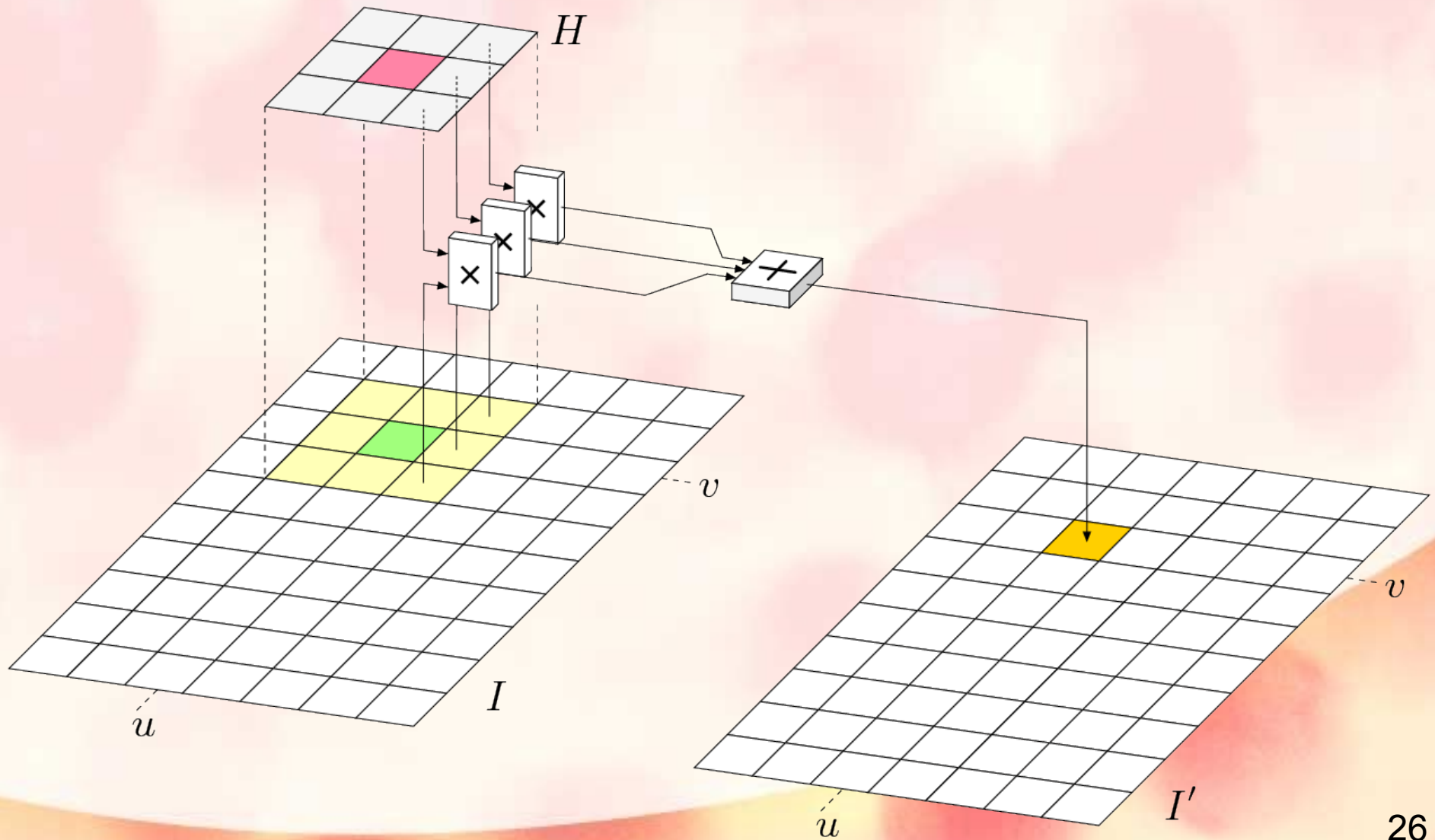
Gradiente di Luminosità



Vettori gradiente



Filtri di Derivata



Filtri di Derivata

$$H_x^D = \begin{bmatrix} -0.5 & \mathbf{0} & 0.5 \end{bmatrix} = 0.5 \cdot \begin{bmatrix} -1 & \mathbf{0} & 1 \end{bmatrix}$$

$$H_y^D = \begin{bmatrix} -0.5 \\ \mathbf{0} \\ 0.5 \end{bmatrix} = 0.5 \cdot \begin{bmatrix} -1 \\ \mathbf{0} \\ 1 \end{bmatrix}$$

Matrici di Gradiente

- Matrici di Prewitt

- Stimano la derivata lungo un asse eseguendo allo stesso tempo una media sull'asse ortogonale per ridurre l'influenza del rumore

$$H_x^P = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{and} \quad H_y^P = \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

- La funzione `fspecial` di Octave può generare la matrice di Prewitt orizzontale

$$\nabla I(u, v) \approx \frac{1}{6} \cdot \begin{bmatrix} (I * H_x^P)(u, v) \\ (I * H_y^P)(u, v) \end{bmatrix}$$

Matrici di Gradiente

- Matrici di Sobel

- Funzionano come quelle di Prewitt, ma usano una media pesata sulla dimensione ortogonale

$$H_x^S = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{and} \quad H_y^S = \begin{bmatrix} -1 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

- La funzione `fspecial` di Octave può generare la matrice di Sobel orizzontale

$$\nabla I(u, v) \approx \frac{1}{8} \cdot \begin{bmatrix} (I * H_x^S)(u, v) \\ (I * H_y^S)(u, v) \end{bmatrix}$$

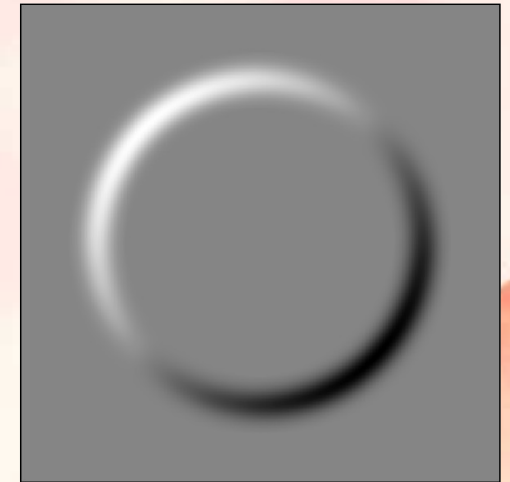
Matrici di Roberts

- Un caso semplice sono le matrici di Roberts
 - massimizzano le variazioni di luminosità che avvengono lungo le direzioni diagonali

$$H_1^R = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{and} \quad H_2^R = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$



$$D_1 = I * H_1^R$$



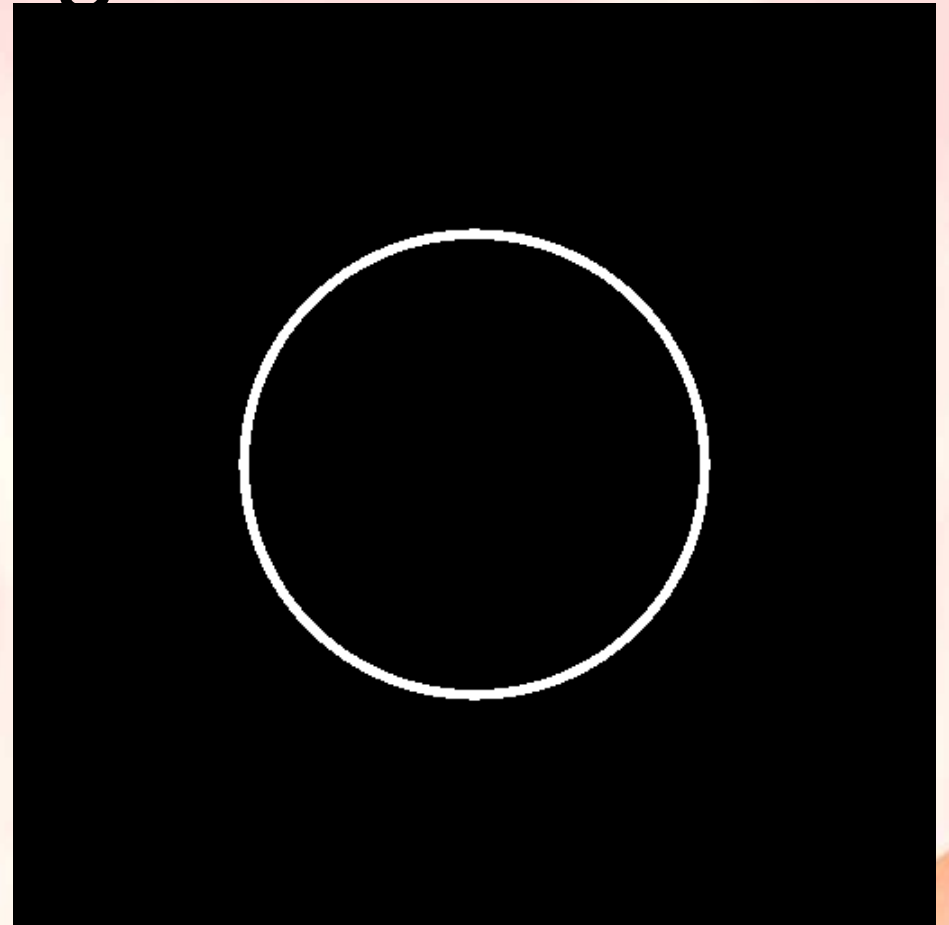
$$D_2 = I * H_2^R$$

Determinazione del bordo

Bordo stimato: insieme dei punti di massima pendenza

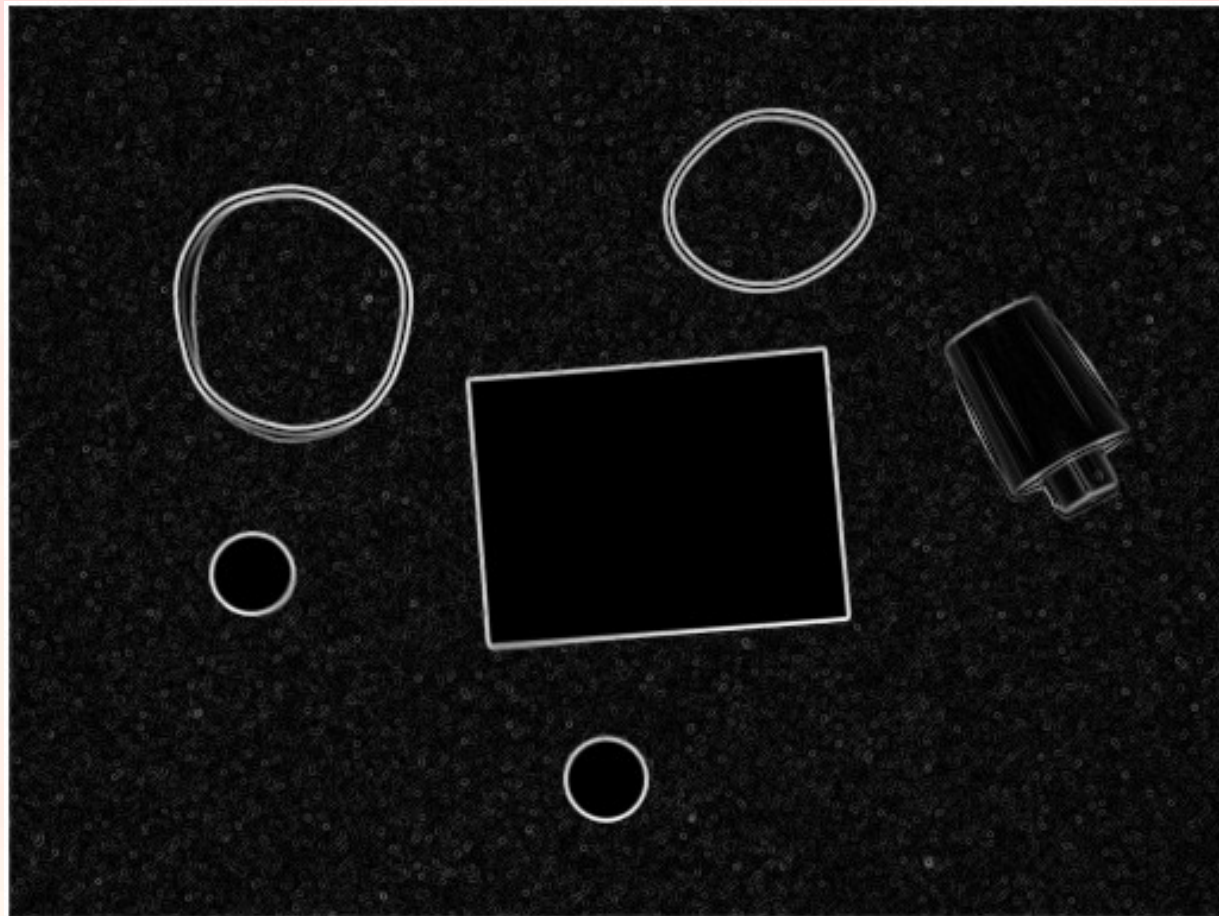
- Punti di massimo valore del modulo del vettore gradiente
- La *forza* di un bordo è data dalla magnitudine del vettore gradiente

Modulo del gradiente



```
imshow(imgr)
figure
imshow(imgr)
bordo = imgr > 0.95;
figure
imshow(bordo.*ones(size(imgr)))
```


Modulo del Gradiente



Compass Operators

- Matrici che massimizzano il modulo del gradiente all'interno di un quadrante
 - Le 8 matrici del metodo sono state ideate in modo generare un vettore gradiente con modulo che diventa massimo quando la variazione di intensità in un punto avviene in uno di otto quadranti in cui l'angolo giro è suddiviso
 - Di 8 matrici devono essere calcolati solo 4 gradienti (essendo il modulo degli altri quadranti uguale, ma cambiando il verso del vettore gradiente)

Compass Operator

$$H_0^K = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$H_4^K = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 0 & -2 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$H_1^K = \begin{bmatrix} -2 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$H_5^K = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & -2 \end{bmatrix}$$

$$H_2^K = \begin{bmatrix} -1 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$H_6^K = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -2 & -1 \end{bmatrix}$$

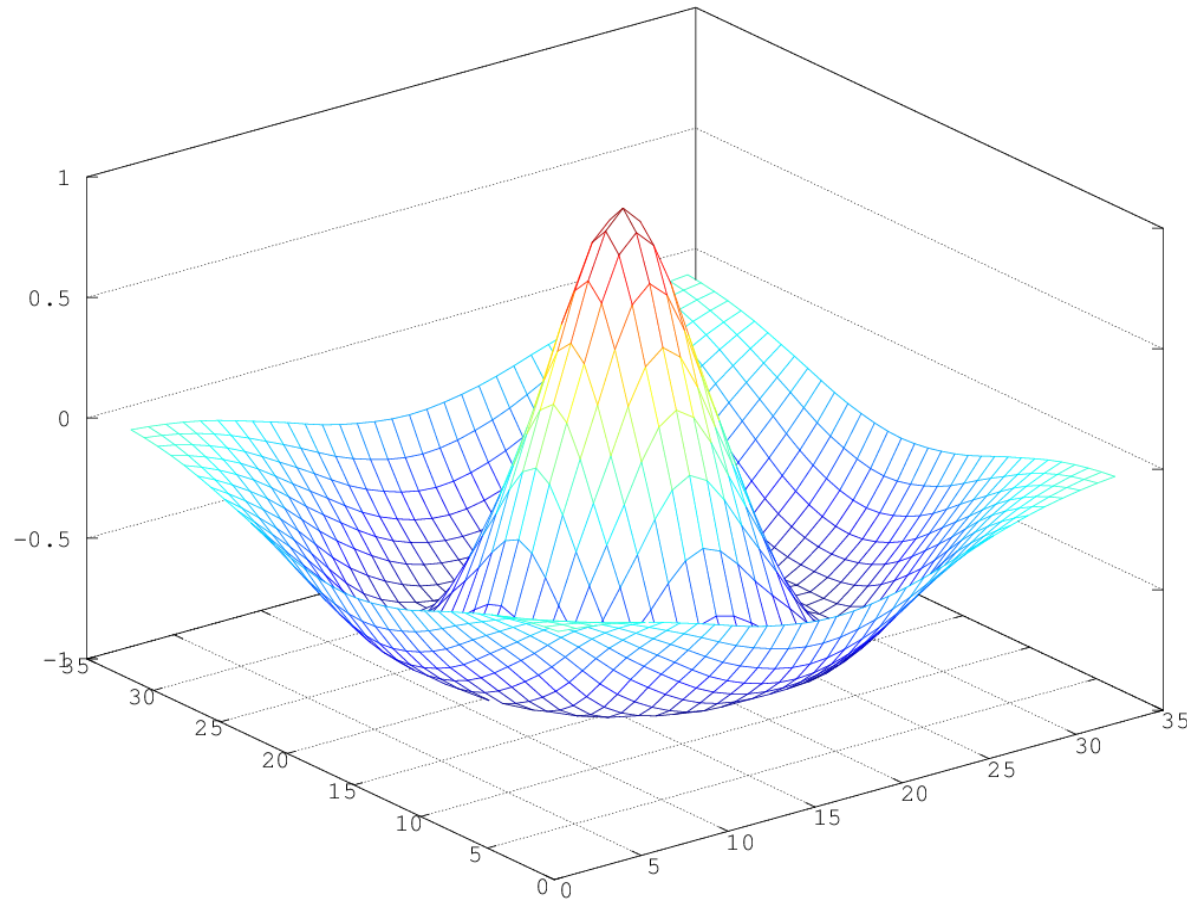
$$H_3^K = \begin{bmatrix} 0 & -1 & -2 \\ 1 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$H_7^K = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ -2 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

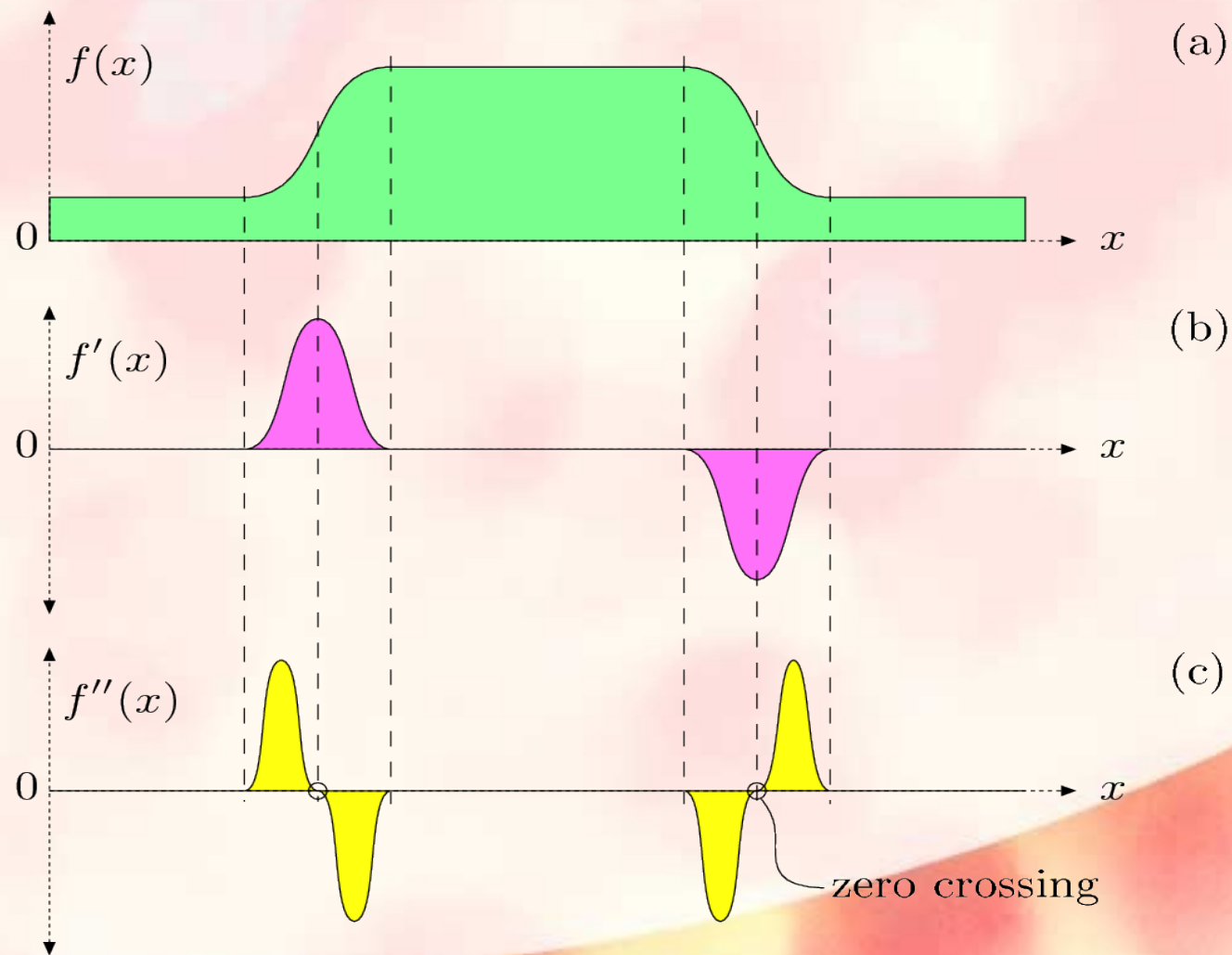
Laplacian of Gaussian (LoG)

- Modello bordo con andamento 'smooth' può essere assimilato ad una funzione sigmoideale
- Si assume che il bordo sia dove la funzione pendenza cambia di concavità.
- Si cerca quindi i punti dove la derivata seconda cambia di segno (quindi dove in qualche punto attraversa lo zero)

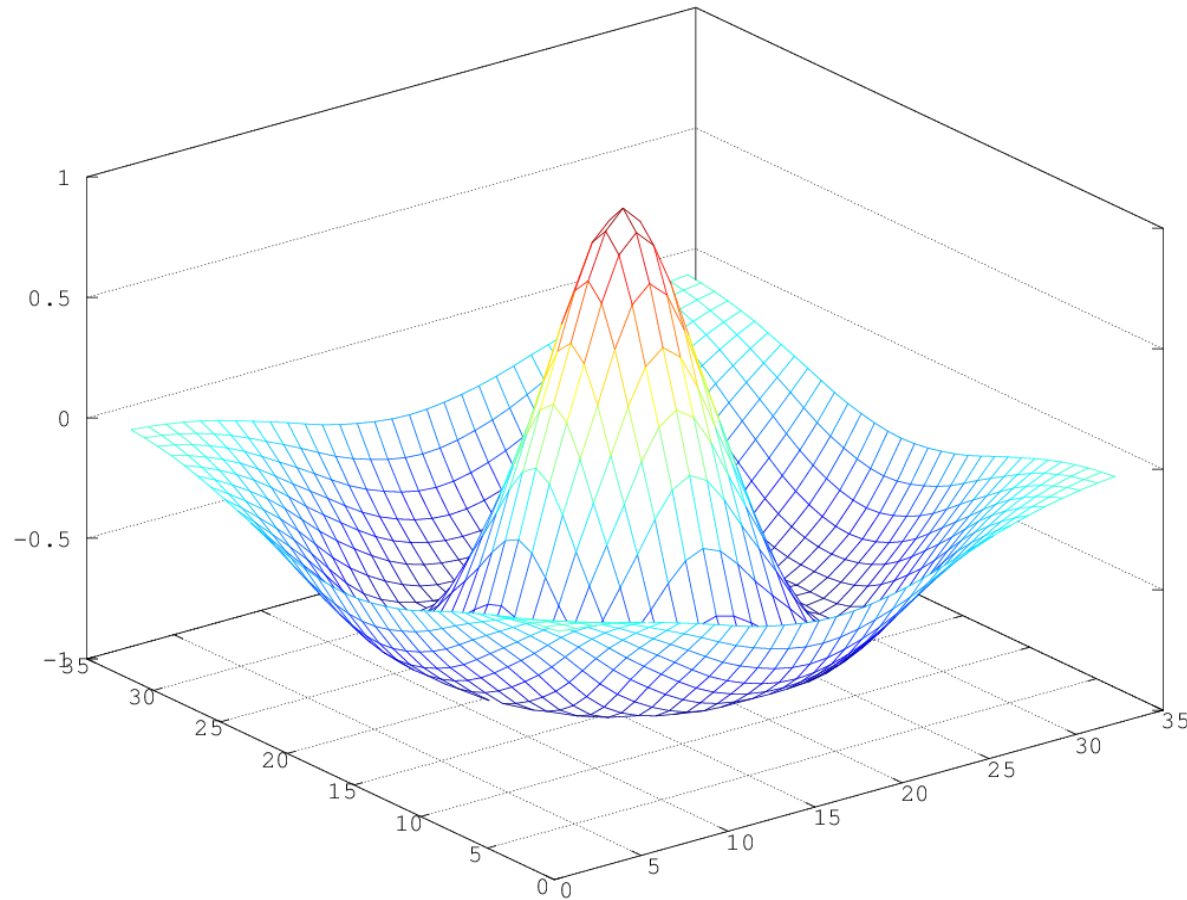
Laplacian of Gaussian (LoG)



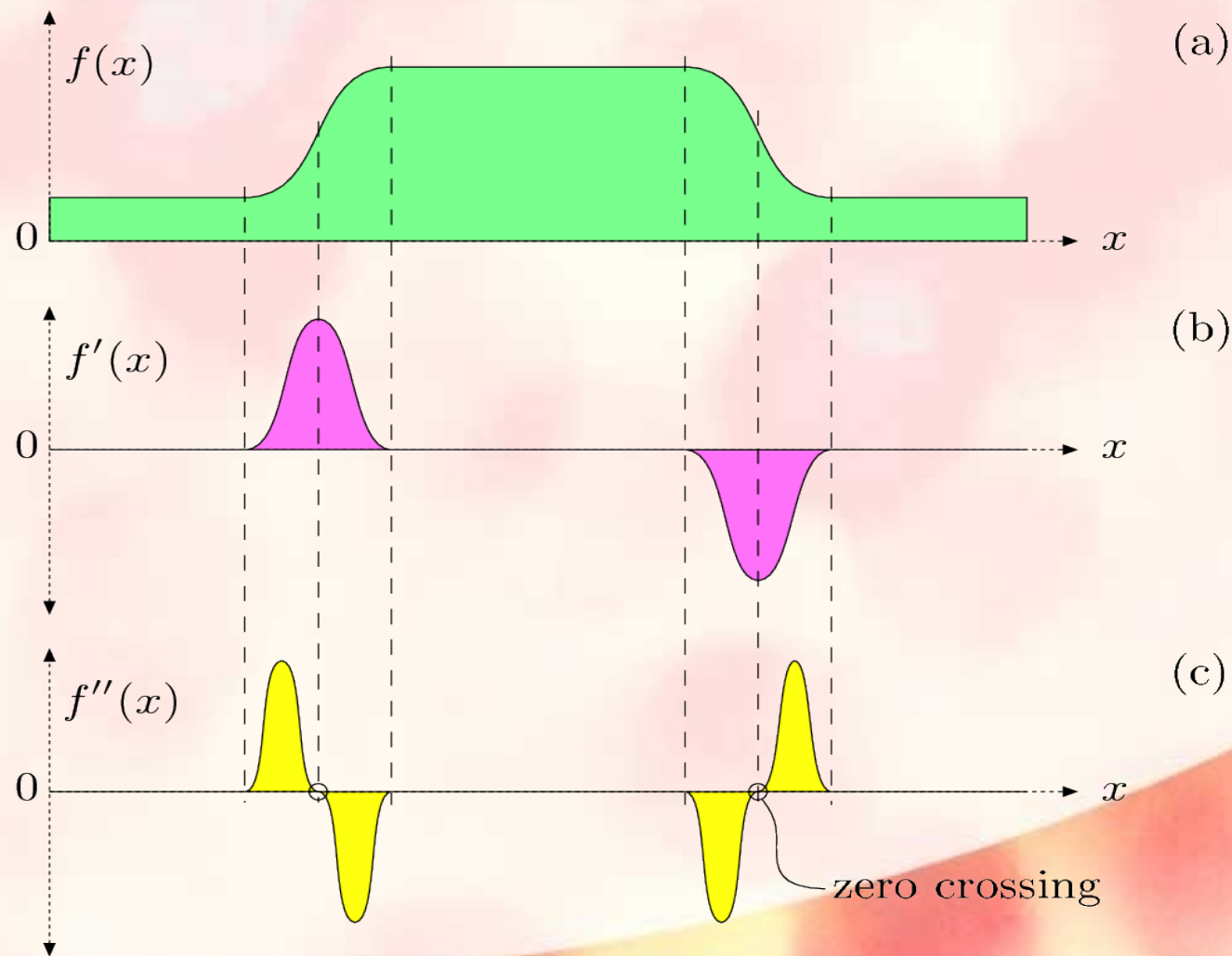
Operatori basati sulla derivata seconda



Laplacian of Gaussian (LoG)



Operatori basati sulla derivata seconda



Metodo di Canny

- Metodo analitico basato sull'ipotesi di modello gaussiano del rumore
 - Minimizza l'errore di localizzazione del bordo
 - Minimizza i *falsi positivi*
 - Minima ridondanza della localizzazione
 - Implementato da **edge**

Metodo di Canny

