Manipolazioni di un'immagine

Point Operations

Trasformazioni dell'Intensità

- Assumiamo che le nostre immagini siano
 - Immagini di intensità luminosa (grayscale)
 - Rappresentate da
 - Interi senza segno [0...255] (uint8 unsigned integer a 8 bit)
 - Oppure virgola mobile doppia precisione (double) [0...1]

Point Operations

- Costituiscono una mappa all'interno del range di valori di intensità ammessi dalla rappresentazione corrente di un pixel:
 - [0...1] \rightarrow [0...1]
 - [0...255] \rightarrow [0...255]
- Ogni valore di pixel viene trasformato secondo una legge che dipende
 - Dal valore del pixel stesso (legge omogenea) $a' \leftarrow f(a)$

Point Operations

- Il significato di una point operation è quello di alterare i livelli di intensità di ogni pixel secondo un criterio che dipende esclusivamente dal valore di partenza
- In genere il metodo è vincolato a trasformare i livelli di intensità all'interno di un intervallo fissato
- Nella quasi totalità dei casi ogni point operation trasforma un immagine conservando l'ordine dei valori dei pixel.
 Quindi presi due valori qualsiasi nell'immagine di partenza

$$p_i < p_j$$

- Deve continuare ad essere valida nell'immagine trasformata $f(p_i) < f(p_i)$

Trasformazione Logaritmica ed Esponenziale

- Nell'analizzare le trasformazioni logaritmica ed esponenziale consideriamo l'intensità luminosa di un pixel nell'intervallo normalizzato [0,1].
- 'Questa è una scelta talvolta necessaria per eseguire trasformazioni e richiede una rappresentazione interna dei dati in *virgola mobile*, cioè il formato binario con cui si rappresentano numeri decimali
- 'Si può tornare alla rappresentazione per interi [0,255] moltiplicando un numero nella scala normalizzata per 256 e poi troncando al valore intero

$$p_{[0,255]} = trunc(256 * pn_{[0,1]})$$

Trasformazione Logaritmica ed Esponenziale

- 'In immagini dove appaiono regioni di luminosità molto diversa è possibile che il numero di valori di intensità all'interno di una regione diventi piccolo e che siano numericamente vicini tra loro.
 - In immagini grayscale dettagli differenti sono percepibili se hanno differenze di intensità luminosa
 - Se all'interno di queste regioni i valori sono troppo vicini e il range non è sufficientemente grande allora i dettagli potrebbero non essere più distinguibili

Trasformazione Logaritmica

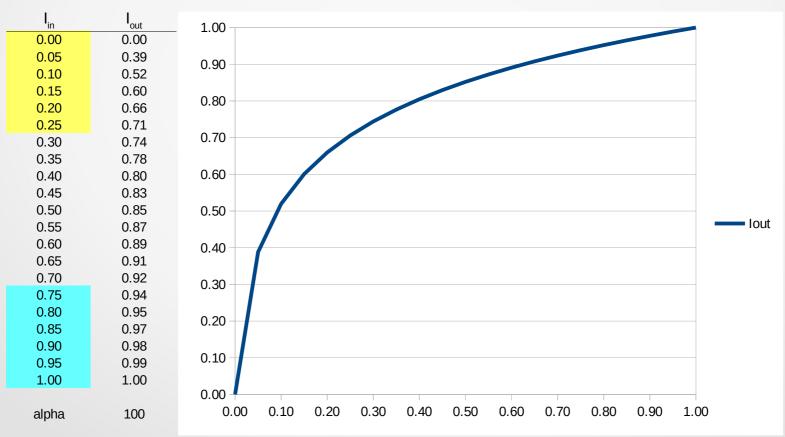
Lo scopo di una trasformazione logaritmica è quello di rendere distinguibili dettagli di un'immagine che appartengono alle regioni più scure. I livelli di luminosità sono ricalcolati in modo che all'interno di queste regioni aumenti il contrasto a scapito però delle regioni più luminose, dove i valori si addensano

La costante α determina la curvatura

$$I_{out} = \frac{log(1 + \alpha * I_{in}(u, v))}{log(1 + \alpha)}$$

Trasformazione Logaritmica

Tabella e grafico valori della trasformazione logaritmica per α = 100. Il 25% del range più basso di valori di intensità nell'immagini iniziale (I_{in}) prende oltre il 70% dei valori nell'immagine finale (I_{out}), mentre il 25% più alto del range viene confinato nel 5% superiore nell'immagine finale



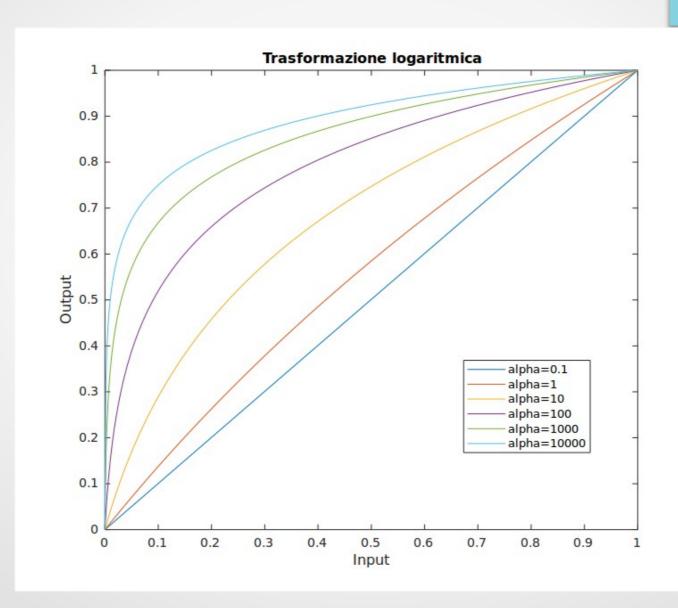
Trasformazione logaritmica





Trasformazione logaritmica con α =100

Trasformazione Logaritmica

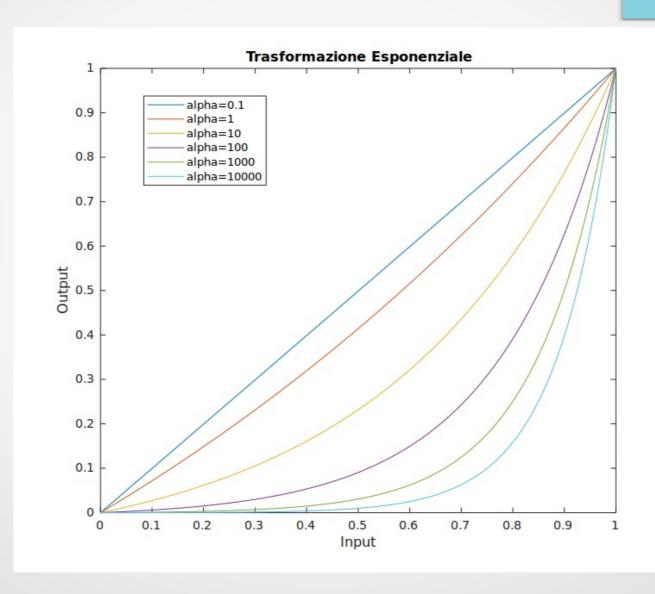


Trasformazione Esponenziale

- Lo scopo di una trasformazione esponenzioale è il reciproco dell'obbiettivo della t. logaritmica. I livelli di luminosità sono ricalcolati in modo che le regioni a luminosità alta acquistino un range più ampio a scapito delle regioni più scure
- Ancora un volta la costante α controlla la forma della curva

$$I_{out} = \frac{(1+\alpha)^{I_{in}} - 1}{\alpha}$$

Trasformazione Esponenziale



Trasformazione esponenziale



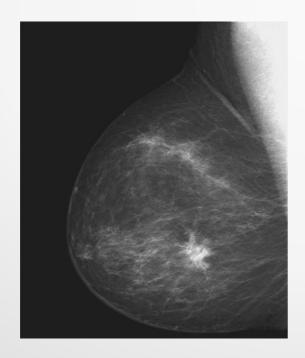


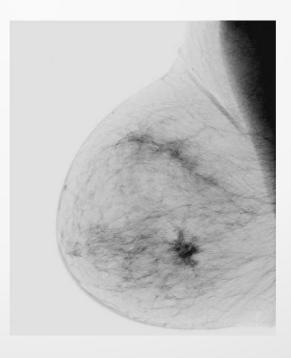
Trasformazione esponenziale con α =50

Point Operations

- Inversione della luminosità di un'immagine
 - L'immagine prodotta è l'analogo del "negativo" delle immagini fotografiche tradizionali

$$s = T(r) = L - 1 - r$$
 $r = [0 \dots L - 1]$



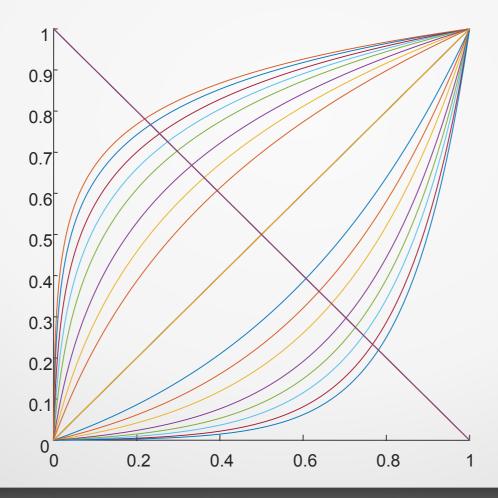


Inversione della luminosità



Leggi di trasformazione

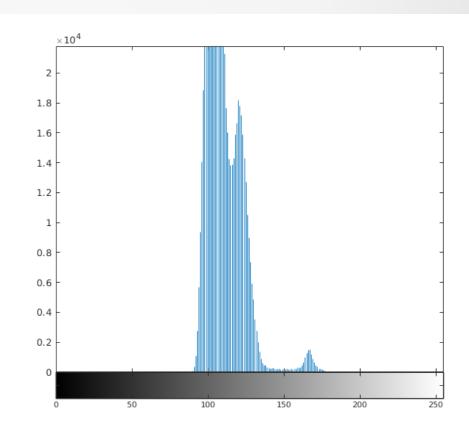
Diagramma che raccoglie per diversi valori di α trasformazioni logaritmiche ed esponenziole. La retta sull'antidiagonale rappresenta l'inversione della luminosità



Modifica del Contrasto

Esempio di immagine poco contrastata con il suo istogramma

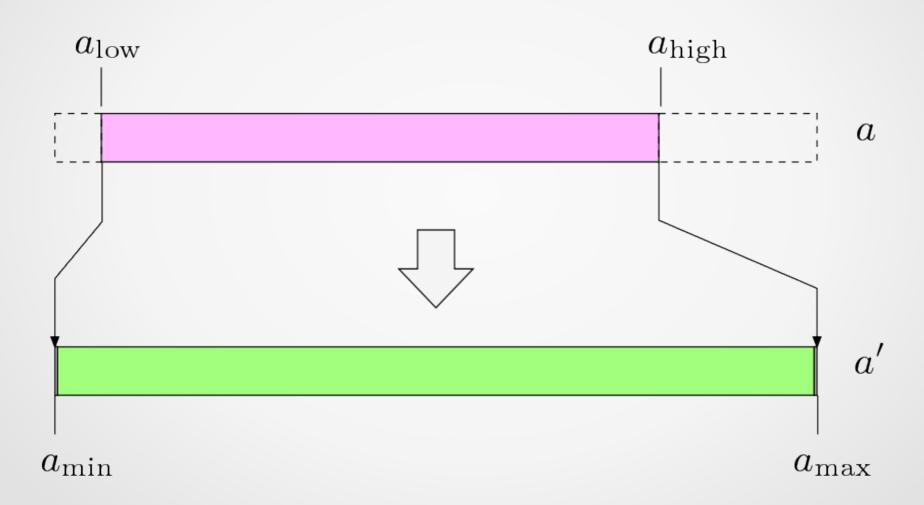




Modifica automatica del Contrasto

- Metodo più intuitivo e diretto
- Il valori dei pixel vengono modificati in modo che il contrasto occupi tutto il range di valori disponibili
- Idealmente, con una legge di proporzionalità, il valore a_{min} dovrebbe essere riportato a 0, mentre il valore a_{max} dovrebbe essere riportato a 255 per un immagine uint8 (pixel rappresentati da 8 bit)
- Nell'immagine precedente il valore di a_{low} è circa 70 mentre il valore di a_{high} è circa 200. Questi valori sono verificabili dall'istogramma ma si determinano esattamente analizzando i dati dell'istogramma calcolati con Matlab/Octave

Modifica Automatica Contrasto



Modifica Automatica del Constrasto

L'espressione che realizza lo *stretching* dell'intervallo di valori è regolata da una semplice proporzionalità

$$f_{\rm ac}(a) = a_{\rm min} + (a - a_{\rm low}) \cdot \frac{a_{\rm max} - a_{\rm min}}{a_{\rm high} - a_{\rm low}}$$

Per un immagine a 256 livelli di grigio (8 bit per pixel, valori 0...255)

$$f_{\rm ac}(a) = (a - a_{\rm low}) \cdot \frac{255}{a_{\rm high} - a_{\rm low}}$$

Modifica del Contrasto: limiti

- La formula di modifica automatica ha un effetto limitato se ci sono singoli pixel troppo luminosi o troppo scuri rispetto all'immagine nel suo complesso.
 - In questo caso a_{low} (a_{high}) potrebbe essere significativamente più piccola (grande) di gran parte dell'immagine
 - Gli istogrammi hanno comunque 'code' di pixel all'estremo dell'istogramma, se queste sono pronunciate i valori estremi a_{min} e a_{max}

Modifica del Contrasto: limiti

- Ricordiamo che la somma dei valori di un'istogramma all'interno di un **intervallo di intensità** fornisce il numero di pixel che assumono valori appartenenti a quell'intervallo.
- Posso quindi determinare il rapporto tra il risultato della somma e il numero NxM totale dei pixel di un'immagine. Questo mi permette di calcolare la percentuale del totale contenuto in un range di valori.
 - Questo ci fornisce un criterio per determinare quell'intervallo che ragionevolmente racchiude gran parte dei valori di intensità
- Si prende quindi le frazioni estreme "poco rilevanti" di tutti i valori pixel di una specifica immagine e si fa in modo che ai pixel di queste frazioni vengano un valore ricalcolato di a_{low}, per la frazione all'estremità bassa, e a_{high} per i valori della frazione all'estremità alta (di un immagine 8 bit)
- Si applica su una distribuzione così modificata la trasformazione proporzionale del contrasto

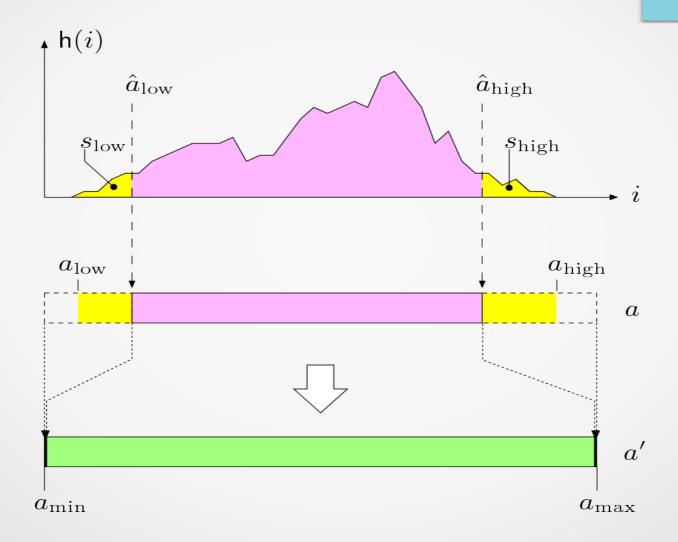
Modifica Automatica del Contrasto

$$f_{\text{mac}}(a) = \begin{cases} a_{\text{min}} & \text{for } a \leq \hat{a}_{\text{low}} \\ a_{\text{min}} + (a - \hat{a}_{\text{low}}) \cdot \frac{a_{\text{max}} - a_{\text{min}}}{\hat{a}_{\text{high}} - \hat{a}_{\text{low}}} & \text{for } \hat{a}_{\text{low}} < a < \hat{a}_{\text{high}} \\ a_{\text{max}} & \text{for } a \geq \hat{a}_{\text{high}} \end{cases}$$

Vengono calcolati nuovi valori "efficaci" che sono stabiliti facendo in modo che la frazione dell'istogramma s_{low} (s_{high}) tra il valore minimo a_{low} (a_{high}) e quello efficace \hat{a}_{low} (\hat{a}_{high}) ammonti ad una percentuale fissata del numero totale di pixel NxM

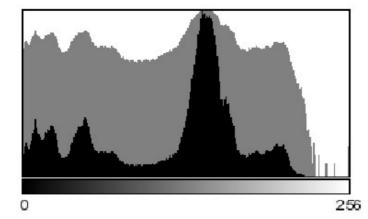
'Tutti i pixel esterni ai valori dell'intervallo efficace $[\hat{a}_{low}, \hat{a}_{high}]$ prenderanno, una volta applicato l'aumento del contrasto, i valori a_{min} o a_{max} (0 e 255 per immagini a 8 bit)

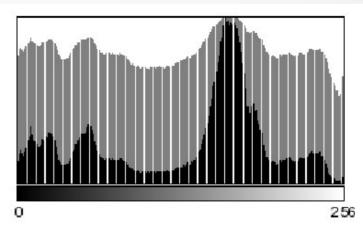
Contrasto automatico modificato

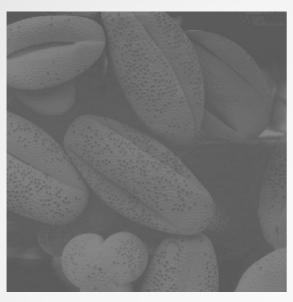


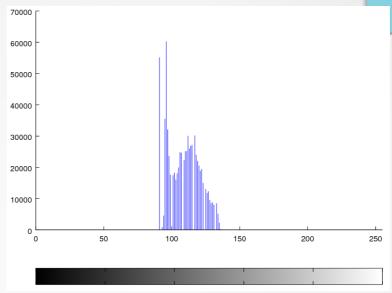


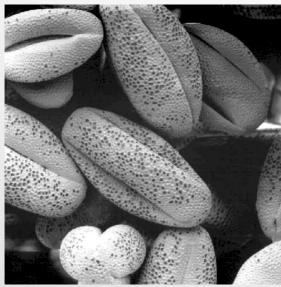


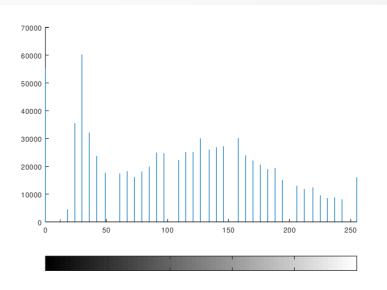






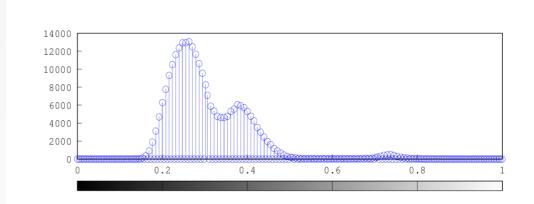


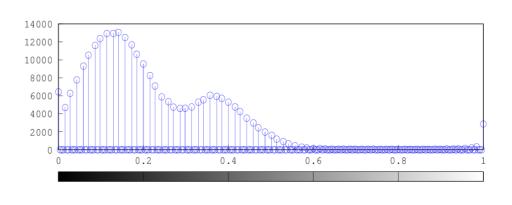


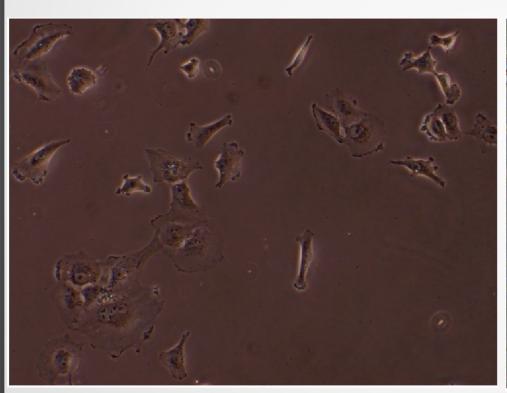


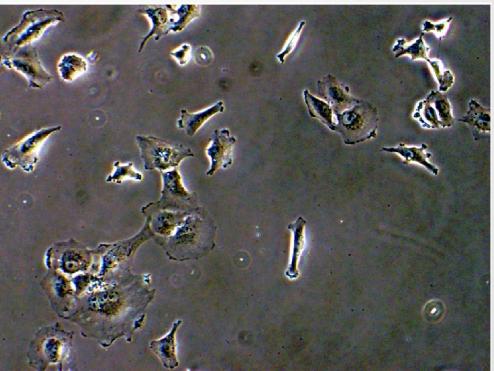




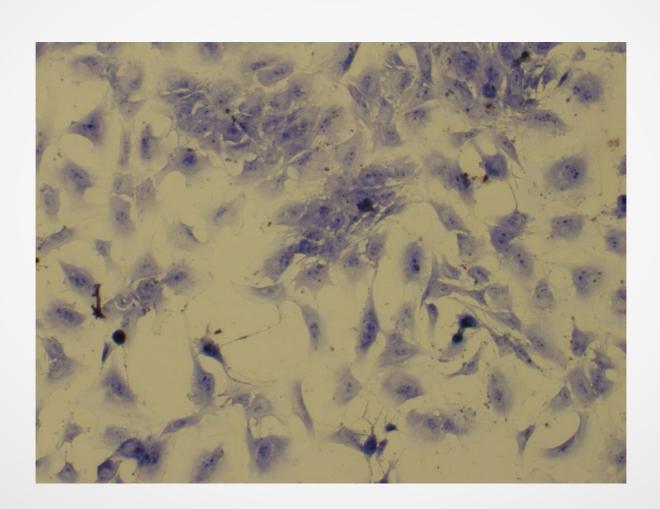








Modifica Automatica per RGB

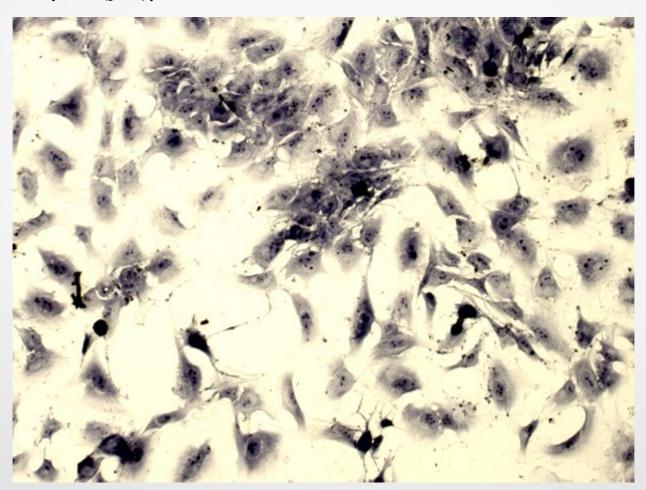


Modifica Automatica per RGB

- Strategia di modifica dell'immagine
 - La modifica del contrasto dei piani di colore separati in generale altera i colori
 - La preservazione delle tinte di colore richiede di separare luminosità dalla componente cromatica passando a rappresentazioni dei colori con HSV/HSL oppure YC_bC_r
 - L'aumento del contrasto si applica componente luminosa e quindi si ritrasforma in immagine a colori usando gli stessi valori cromatici dei pixel

Modifica del contrasto per immagini RGB

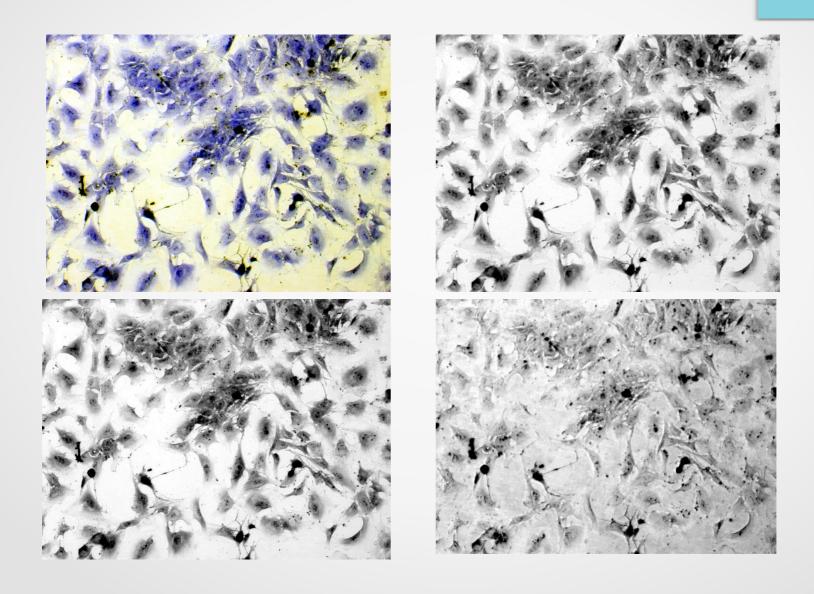
·Aumento del contrasto applicato alla componente di luminanza (YC_bC_r)



Modifica del contrasto per immagini RGB

- La modifica del contrasto sulle 3 componenti RGB conduce in generale all'alterazione dei colori
- L'alterazione dei colori potrebbe evidenziare dettagli altrimenti non visibili o parzialmente visibili

Modifica Automatica per RGB



Equalizzazione

- Trasformazione verso l'istogramma con una distribuzione (quasi) uniforme
 - Si aumenta il contrasto in modo mirato nei range di intensità per i quali ci sono molti pixel (cioè dove l'istogramma ha molti conteggi relativamente ad altri valori di intensità)
 - Si assume che in certi casi l'immagine diventi più naturale
 - Non essendo una distribuzione continua non è possibile realizzare una distribuzione realmente uniforme
 - Si usa una soluzione approssimata dove l'istogramma finale ha una distribuzione quasi uniforme solo "in media"
 - Confrontare tra loro immagini omologhe

Equalizzazione

- L'equalizzazione cerca di imporre ai valori di intensità di un'immagine una nuova distribuzione così che abbiano un nuovo istogramma
- Confronto di immagini analoghe
- Ricalcolare istogrammi in modo che sia paragonabili
 - Analoga struttura
 - Stesso contrasto
- Equalizzazione Uniforme
- Equalizzazione Iperbolica

Distribuzione Cumulativa

- Abbiamo detto che la somma dei valori dell'istogramma all'interno di un intervallo ha come risultato il numero di pixel con valori che appartengono all'intervallo
- Dato che 0 è il più piccolo valore di intensità se vengono sommati i valori compresi tra 0 e un livello di luminosità L la somma dice quanti pixel hanno valore minore o uguale ad L
- La funzione F(L) che si ottiene al variare di L è la distribuzione cumulativa

Distribuzione Cumulativa

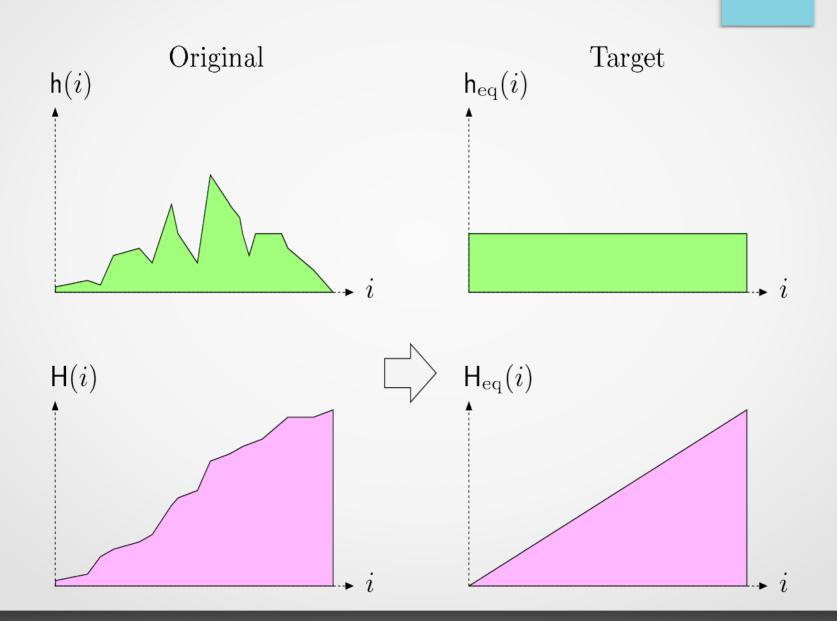
- Consideriamo l'immagine I(u,v)
- La distribuzione cumulativa è definita come

$$F_I(l) = P(I \le l)$$

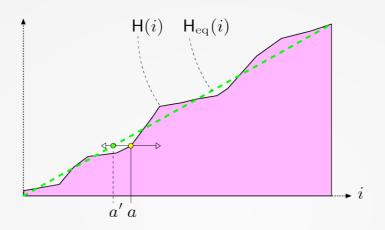
- P numero di punti che hanno valore inferiore a l
- La distribuzione dell'istogramma originario è la differenza di due valori cumulativi della distribuzione cumulativa

$$P(I < l < I + 1) = F_I(l + 1) - F_I(l)$$

- La strategia dell'equalizzazione uniforme è quella di imporre che l'istogramma prenda la forma di una distribuzione uniforme
- Se interpretiamo l'istogramma come una distribuzione di frequenza dei valori dei pixel questo significa imporre che ogni valore di intensità ricorra nell'immagine lo stesso numero di volte
- Nella slide successiva viene mostrato l'effetto desiderato di equalizzazione su un istogramma qualsiasi
- Le due distribuzioni in basso rappresentano la distribuzione cumulativa calcolata dall'istogramma corrispondente nella prima riga
- Vi invito a comprendere il legame tra i due istogrammi delle frequenze e la loro controparte cumulativa



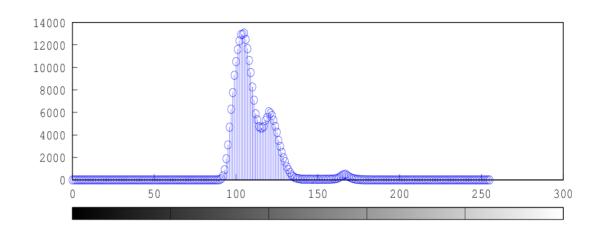
- Nella sua formulazione più diretta l'equalizzazione è una point operation perché un dato valore di intensità luminosa viene ricalcolato sulla base del valore iniziale
- A differenza delle trasformazioni logaritmiche ed esponenziale che dipendono da parametro fissato questa trasformazione dipende dalla struttura complessiva dell'istogramma dell'immagine di partenza
- Questa struttura determina l'istogramma cumulativo che è il riferimento per ricalcolare i valori di intensità



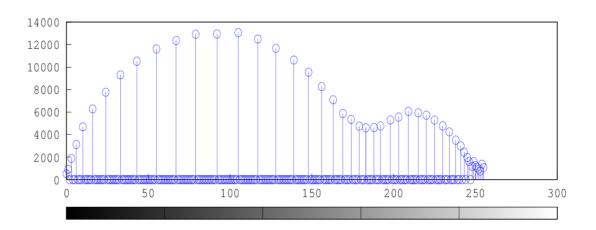
- Il grafico mette a confronto l'istogramma cumulativo H(i) dell'immagine e quello dell'istogramma uniforme H_{eq}(i) che ha la forma determinata di una rampa uniforme
- Sulla base del valore di input a si cerca l'altezza dell'istogramma cumulativo dell'immagine
- Si prende quindi l'altezza corrispondente dell'istogramma cumulativo equalizzato (la rampa verde tratteggiata)
- Questo punto avrà un valore a' corrispondente sull'asse orizzontale che sarà il risultato della trasformazione

Equalizzazione Uniforme: esempi









L'esempio mostra l'immagine e l'istogramma originali e il loro corrispondente equalizzato

L'equalizzazione prometteva di ottenere una distribuzione uniforme dell'istogramma. Questo non sembra accadere

In questa forma l'equalizzazione è una point operation per la quale vale la definizione vista all'inizio

Questo significa che tutti i pixel che avevano contribuito ad determinate altezze dell'istogramma (perché avevano lo stesso valore di intensità) non possono che prendere tutti lo stesso valore ricalcolato

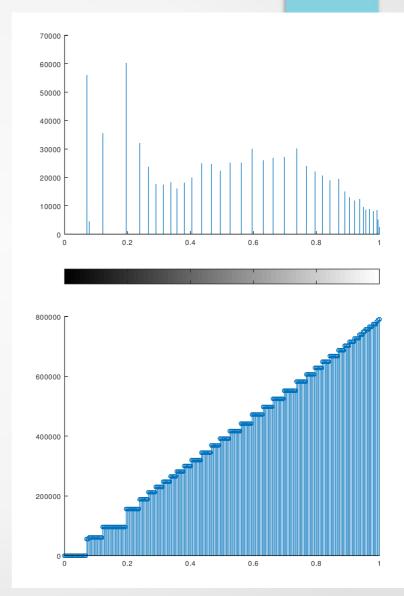
- In altri termini: la point operation ha riarrangiato i valori di intensità, ma l'altezza dei valori dell'istogramma corrispondenti rimane invariata
- Questo è evidente nei grafici dove si nota questo effetto di deformazione dell'istogramma originale, le cui caratteristiche rimangono riconoscibili

Tuttavia se si sommassero i valori dell'istogramma ricalcolato all'interno di intervalli sufficientemente grandi ci si accorgerebbe che il risultato sarebbe poco variabile tra un intervallo e l'altro poiché un'equalizzazione "in media" è comunque avvenuta

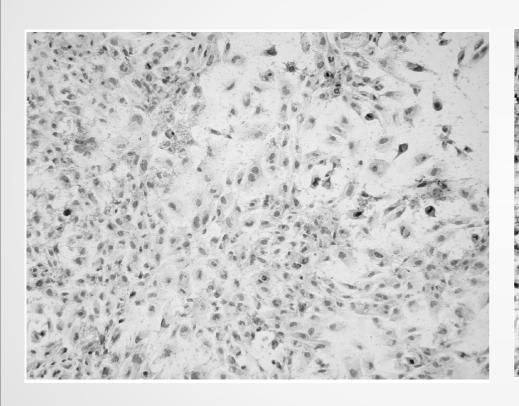
L'esempio successivo applicato all'immagine del polline mostra invece che l'istogramma cumulativo dell'immagine equalizzata tende ad avere l'aspetto desiderato

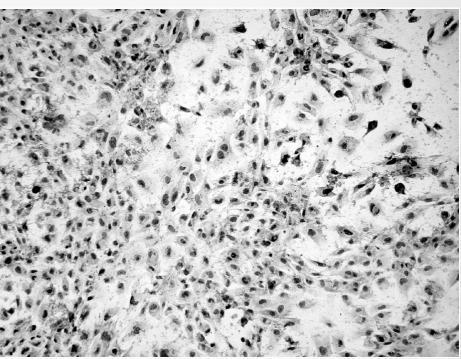
Equalizzazione: esempi





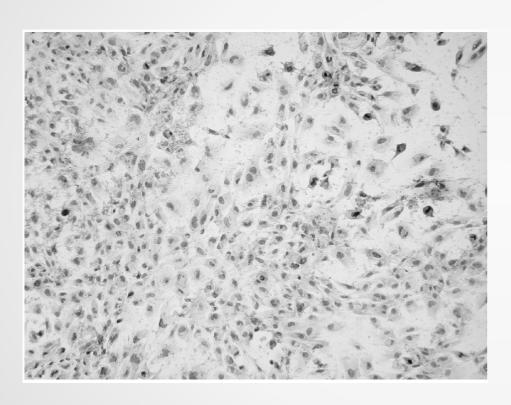
- ·Talvolta ragioni oggettive richiedono di adottare un determinato metodo
- Tuttavia quando si tratta di rendere un'immagine leggibile al nostro sistema percettivo è utile confrontare metodi diversi
- Le slide successive confrontano l'effetto dell'automento automatico del contrasto e dell'equalizzazione sulla stessa foto presa al microscopio ottico

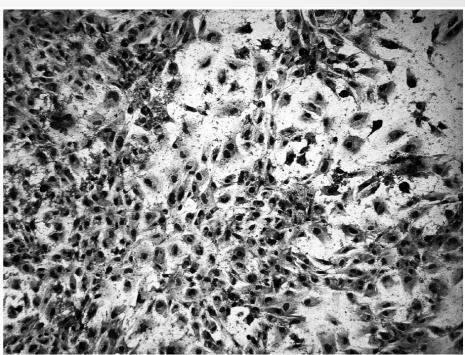




Originale

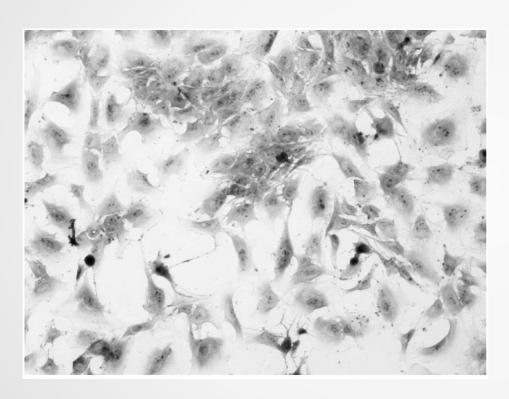
Contrasto massimizzato





Originale

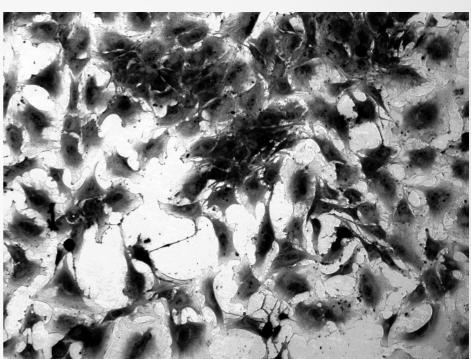
Istogramma equalizzato



Originale

Contrasto massimizzato



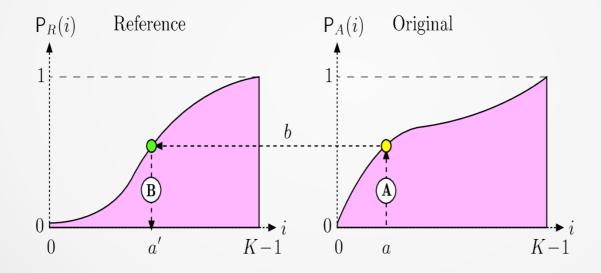


Originale

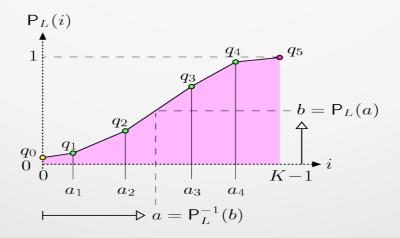
Istogramma equalizzato

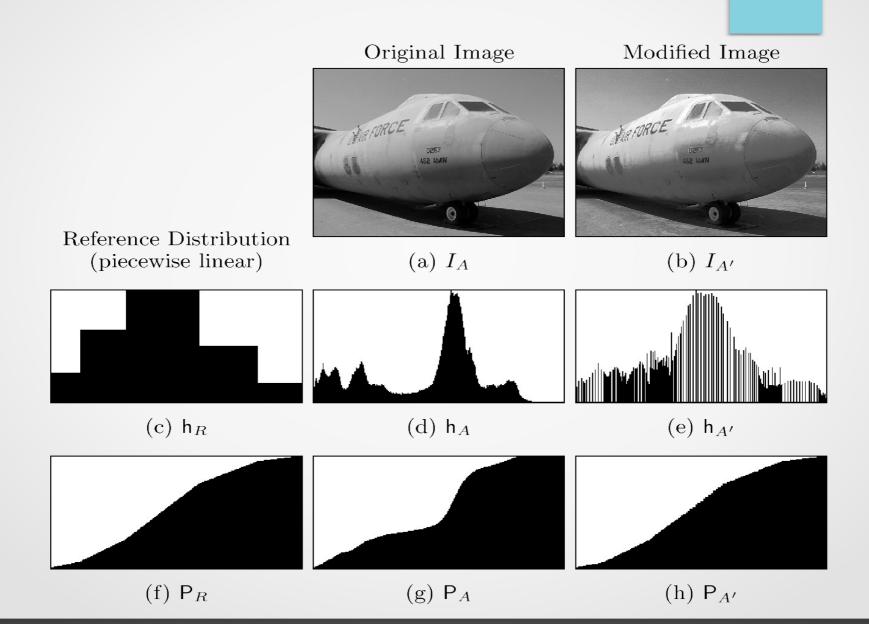
Altri metodi

- ·Il metodo di equalizzazione suggerisce una generalizzazione immediata
 - Così come è stato imposto un istogramma uniforme possiamo replicare il metodo per qualsiasi istogramma di forma data (istogramma target)
 - E' sufficiente calcolare l'istogramma cumulativo dell'istogramma target e procedere come si è fatto nel caso dell'equalizzazione



- Istogrammi uniformi "a blocchi" danno luogo a un istogramma cumulativo costituito da un andamento lineari a tratti (una "spezzata")
- Un esempio è visibile nella slide successiva dove si mostra in alto un'immagine e la sua trasformata secondo l'istogramma a blocchi che appare a sinistra
- Nella riga centrale sono mostrati istogramma target (reference),
 l'istogramma originale e quello trasformato
- Nell'ultima riga sono mostrati gli istogrammi cumulativi: notare come l'ottima sovrapponibilità dell'istogramma cumulativo e quello target (reference)





- La distribuzione gaussiana è molto importante e molti processi con natura casuale tendono, sotto condizioni molto generali, ad avere una distribuzione di frequenza di questo tipo
- Nell'ottica di considerare un'immagine come il campione di un processo avente componenti casuale si può imporre come istogramma questa distribuzione
- Nella slide successiva vengono mostrate 2 istanze della distribuzione gaussiana (con le relative distribuzioni cumulative) che differiscono per il valore del parametro di dispersione (la seconda ha una dispersione più grande)
- Nella parte bassa si mostrano gli istogrammi dell'originale e delle due trasformate applicando in alternativa una delle due distribuzioni gaussiane

